
Systemtheorie und Regelungstechnik 1 – Abschlussklausur

Prof. Dr. Moritz Diehl, IMTEK, Universität Freiburg, und ESAT-STADIUS, KU Leuven

March 17, 2014, 9:15-11:45, Freiburg, Georges-Koehler-Allee 082, Kinohörsaal

page	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
points on page (max)	0	7	9	9	9	5	4	7	5	0
points obtained										
intermediate sum										

Note:

Klausur eingesehen am:

Unterschrift des Prüfers:

Nachname:

Vorname:

Matrikelnummer:

Fach:

Studiengang: Bachelor Master Lehramt Sonstiges

Unterschrift:

Füllen Sie bitte Ihren Namen und die anderen Angaben oben ein. Auf dieser und den folgenden 8 Seiten finden Sie 36 Fragen mit zusammen 55 Punkten. Geben Sie die Antworten direkt unter den Fragen an oder nutzen Sie bei Bedarf die Rückseite **desselben Blattes** für Ergebnisse, die in die Korrektur einfließen sollen; verweisen Sie zudem direkt bei der Frage im Hauptteil auf die Rückseite. Sie können weißes Papier für Zwischenrechnungen verwenden, aber bitte geben Sie dieses Extrapapier nicht ab. Als Hilfsmittel sind neben Schreibmaterial und einem Taschenrechner auch zwei doppelseitige Blätter mit Formelsammlung und Notizen erlaubt; einige juristische Hinweise finden sich in einer Fußnote.¹ Machen Sie bei den Multiple-Choice Fragen jeweils genau ein Kreuz bei der richtigen Antwort, wofür es einen Punkt gibt. Beantworten Sie zunächst die Ihnen einfach fallenden Fragen. Wenn Sie pro Punkt zwei Minuten Zeit rechnen, sind Sie nach einer Stunde und 50 Minuten fertig. Viel Erfolg!

¹PRÜFUNGSUNFÄHIGKEIT: Durch den Antritt dieser Prüfung erklären Sie sich für prüfungsfähig. Sollten Sie sich während der Prüfung nicht prüfungsfähig fühlen, können Sie aus gesundheitlichen Gründen auch während der Prüfung von dieser zurücktreten. Gemäß den Prüfungsordnungen sind Sie verpflichtet, die für den Rücktritt oder das Versäumnis geltend gemachten Gründe unverzüglich (innerhalb von 3 Tagen) dem Prüfungsamt durch ein Attest mit der Angabe der Symptome schriftlich anzuzeigen und glaubhaft zu machen. Weitere Informationen: <https://www.tf.uni-freiburg.de/studium/pruefungen/pruefungsunfaehigkeit.html>.

TÄUSCHUNG/STÖRUNG: Sofern Sie versuchen, während der Prüfung das Ergebnis ihrer Prüfungsleistung durch Täuschung (Abschreiben von Kommilitonen ...) oder Benutzung nicht zugelassener Hilfsmittel (Skript, Buch, Mobiltelefon, ...) zu beeinflussen, wird die betreffende Prüfungsleistung mit "nicht ausreichend" (5,0) und dem Vermerk "Täuschung" bewertet. Als Versuch gilt bei schriftlichen Prüfungen und Studienleistungen bereits der Besitz nicht zugelassener Hilfsmittel während und nach der Ausgabe der Prüfungsaufgaben. Sollten Sie den ordnungsgemäßen Ablauf der Prüfung stören, werden Sie vom Prüfer/Aufsichtsführenden von der Fortsetzung der Prüfung ausgeschlossen. Die Prüfung wird mit "nicht ausreichend" (5,0) mit dem Vermerk "Störung" bewertet.

1. Ein LTI-System wird durch die Zustandsgleichung $\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx$ beschrieben,

mit $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, und $C = [2 \ 0 \ 0]$.

(a) Was ist das charakteristische Polynom $p_A(\lambda)$?

$p_A(\lambda) =$	1
------------------	---

(b) Ist das System stabil?

(a) <input type="checkbox"/> Ja	(b) <input type="checkbox"/> Nein
---------------------------------	-----------------------------------

(c) (*) Ist das System "steuerbar"? Begründen Sie.

1

(d) (*) Ist das System "beobachtbar"? Begründen Sie.

1

2. Ein LTI-System hat die Sprungantwort $h(t) = \cos(t)$ (und $h(t) = 0$ für $t < 0$). Was ist seine Impulsantwort $g(t)$?

(a) <input type="checkbox"/> $-\sin(t)$	(b) <input type="checkbox"/> $\sin(t)$	(c) <input type="checkbox"/> $\delta(t) - \sin(t)$	(d) <input type="checkbox"/> $\delta(t) + \sin(t)$
---	--	--	--

3. Ein LTI-System hat die Impulsantwort $g(t) = (1 + t)^{-2}$ für $t \geq 0$. Ist das System BIBO-stabil?

(a) <input type="checkbox"/> Ja	(b) <input type="checkbox"/> Nein
---------------------------------	-----------------------------------

4. Ein System ist durch die gewöhnliche Differentialgleichung $\ddot{y}(t) = \sin(t) \cdot u(t) \cdot y(t)$ beschrieben. Ist das System *linear* und/oder *zeitinvariant* ?

(a) <input type="checkbox"/> nur linear	(b) <input type="checkbox"/> nur zeitinvariant
(c) <input type="checkbox"/> linear und zeitinvariant	(d) <input type="checkbox"/> keines von beiden

points on page: 7	
-------------------	--

5. Ein System in Eingangs-Ausgangsform ist durch die Darstellung $y(t) = \int_0^\infty g(\tau)u(t - \tau)d\tau$ beschrieben. Ist das System *linear* und/oder *zeitinvariant* ?

(a) <input type="checkbox"/> nur linear	(b) <input type="checkbox"/> nur zeitinvariant
(c) <input type="checkbox"/> linear und zeitinvariant	(d) <input type="checkbox"/> keines von beiden

6. Ein System in Eingangs-Ausgangsform ist durch die Darstellung $y(t) = \int_0^\infty g(\tau) \exp(u(t-\tau))d\tau$ beschrieben. Ist das System *linear* und/oder *zeitinvariant* ?

(a) <input type="checkbox"/> nur linear	(b) <input type="checkbox"/> nur zeitinvariant
(c) <input type="checkbox"/> linear und zeitinvariant	(d) <input type="checkbox"/> keines von beiden

7. Welche Transferfunktion $G(s)$ hat das LTI-System $\dot{x}_1(t) = -x_1(t) + u(t)$, $\dot{x}_2(t) = -x_2(t) + 2x_1(t)$, $y(t) = x_2(t) + u(t)$?

(a) <input type="checkbox"/> $\frac{s^2+2s+2}{s^2+2s+1}$	(b) <input type="checkbox"/> $\frac{s^2+2s+3}{s^2+s}$	(c) <input type="checkbox"/> $\frac{s^2+2s+2}{s^2+s}$	(d) <input type="checkbox"/> $\frac{s^2+2s+3}{s^2+2s+1}$
--	---	---	--

8. Welches System wird durch die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{3}{2s^2+s+1}$ beschrieben ?

(a) <input type="checkbox"/> $3y = 2\ddot{u} + \dot{u} + u$	(b) <input type="checkbox"/> $2\dot{y} + \dot{y} + y = 3u$	(c) <input type="checkbox"/> $2\dot{y} + y + 1 = 3u$	(d) <input type="checkbox"/> $3\dot{y} = 2\ddot{u} + \dot{u} + u$
---	--	--	---

9. Hintereinanderschaltung von $G_1(s) = \frac{5}{s+2}$ und $G_2(s) = \frac{1}{s^2+1}$ resultiert in dem System $G(s) = \dots$

(a) <input type="checkbox"/> $\frac{5}{s^3+2s^2+s+2}$	(b) <input type="checkbox"/> $\frac{5s^2+s+7}{s^3+2s^2+s+2}$	(c) <input type="checkbox"/> $\frac{6}{s^2+s+3}$	(d) <input type="checkbox"/> $\frac{s+2}{5s^2+5}$
---	--	--	---

10. Ist die folgende Aussage richtig oder falsch? "Eine Totzeit ändert den Bode-Amplitudenplot eines Systems nicht".

(a) <input type="checkbox"/> Richtig	(b) <input type="checkbox"/> Falsch
--------------------------------------	-------------------------------------

11. Ist die folgende Aussage richtig oder falsch? "Bei einem LTI System ist der Amplitudenverlauf immer monoton fallend".

(a) <input type="checkbox"/> Richtig	(b) <input type="checkbox"/> Falsch
--------------------------------------	-------------------------------------

12. Ist die folgende Aussage richtig oder falsch? "Ein System ist stabil, wenn beim 0dB-Durchgang der Amplitude seine Phase mehr als -180 Grad beträgt".

(a) <input type="checkbox"/> Richtig	(b) <input type="checkbox"/> Falsch
--------------------------------------	-------------------------------------

13. Ist die folgende Aussage richtig oder falsch? "Ein System, das steuerbar ist, kann durch Zustandsfeedback auch immer stabil gemacht werden".

(a) <input type="checkbox"/> Richtig	(b) <input type="checkbox"/> Falsch
--------------------------------------	-------------------------------------

points on page: 9

14. Die Übertragungsfunktion $G(s)$ eines SISO Systems $\dot{x} = Fx + Gu, \quad y = Hx$ ist gegeben durch:

(a) <input type="checkbox"/> $H(sI - G)^{-1}F$	(b) <input type="checkbox"/> $H(G - sI)^{-1}F$	(c) <input type="checkbox"/> $H(sI - F)^{-1}G$	(d) <input type="checkbox"/> $H(F - sI)^{-1}G$
--	--	--	--

15. Der Bode-Phasenplot eines Differentiationssgliedes ist konstant und hat den folgenden Wert:

(a) <input type="checkbox"/> 90 Grad	(b) <input type="checkbox"/> 0 Grad	(c) <input type="checkbox"/> -90 Grad	(d) <input type="checkbox"/> -180 Grad
--------------------------------------	-------------------------------------	---------------------------------------	--

16. Der Bode-Phasenplot eines PT1-Gliedes $G(s) = \frac{1}{1+Ts}$ ist für hohe Frequenzen konstant und hat den folgenden Wert:

(a) <input type="checkbox"/> 90 Grad	(b) <input type="checkbox"/> 0 Grad	(c) <input type="checkbox"/> -90 Grad	(d) <input type="checkbox"/> -180 Grad
--------------------------------------	-------------------------------------	---------------------------------------	--

17. Der Bode-Amplitudenplot eines PT1-Gliedes $G(s) = \frac{1}{1+Ts}$ ist für niedrige Frequenzen konstant und hat den folgenden Wert:

(a) <input type="checkbox"/> -20 dB	(b) <input type="checkbox"/> 0 dB	(c) <input type="checkbox"/> 20 dB	(d) <input type="checkbox"/> 40 dB
-------------------------------------	-----------------------------------	------------------------------------	------------------------------------

18. Der Bode-Amplitudenplot eines PT2-Gliedes $G(s) = \frac{1}{1+2Ts+T^2s^2}$ hat für hohe Frequenzen die folgende Steigung (in dB pro Dekade = dB/Dek):

(a) <input type="checkbox"/> -1 dB/Dek	(b) <input type="checkbox"/> -20 dB/Dek	(c) <input type="checkbox"/> -40 dB/Dek	(d) <input type="checkbox"/> -60 dB/Dek
--	---	---	---

19. Betrachten Sie die offene Kette $G_0(s) = \frac{s+19}{s+1}$ und den daraus resultierenden geschlossenen Kreis (mit negativem Einheitsfeedback). Was ist der Steady-State Fehler des geschlossenen Kreises?

(a) <input type="checkbox"/> 5%	(b) <input type="checkbox"/> 6%	(c) <input type="checkbox"/> 10%	(d) <input type="checkbox"/> 19%
---------------------------------	---------------------------------	----------------------------------	----------------------------------

20. Betrachten Sie die folgende nichtlineare Differentialgleichung, die in etwa die Höhe des Wasserspiegels $y(t)$ in einem Waschbecken mit offenem Ausfluss und durch einen Wasserhahn regelbarem Zufluss $u(t)$ beschreibt: $\dot{y}(t) = -a\sqrt{y(t)} + bu(t)$.

(a) Berechnen Sie den Gleichgewichtszustand y_{ss} , der sich bei konstantem Zufluss $u(t) \equiv u_{ss}$ einstellt.

$y_{ss} =$	1
------------	---

(b) Linearisieren Sie das System im Punkt (u_{ss}, y_{ss}) , um eine lineare Differentialgleichung in den Variablen $\Delta y(t) = y(t) - y_{ss}$ und $\Delta u(t) = u(t) - u_{ss}$ zu erhalten.

$\Delta \dot{y}(t) =$	1
-----------------------	---

(c) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des linearisierten Systems.

$G(s) =$	1
----------	---

points on page: 9

Bild 1: Ein Bode-Diagramm:²

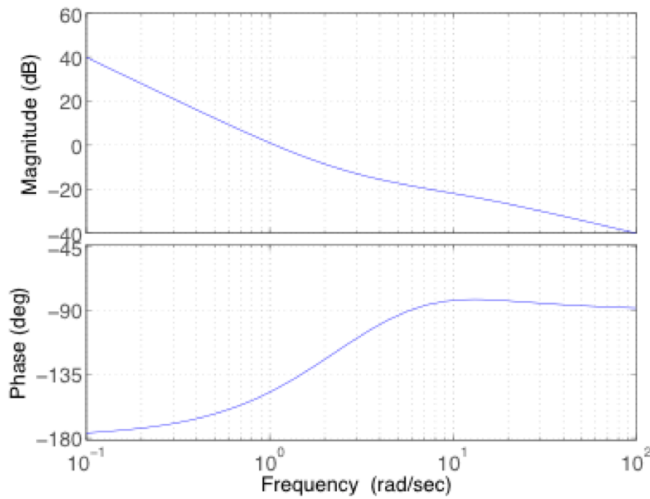
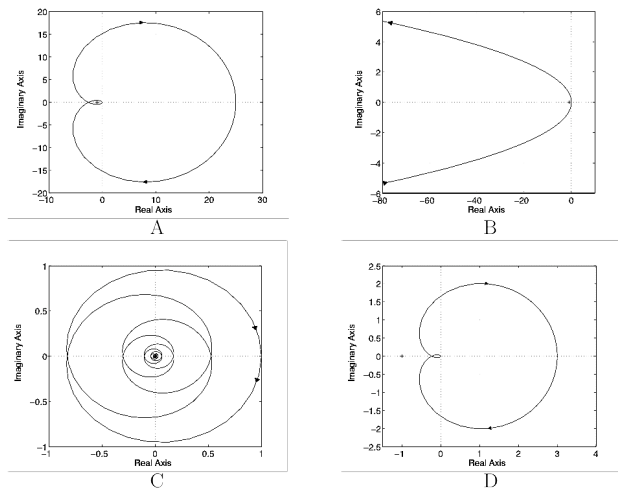


Bild 2: Und vier Nyquist-Diagramme:



21. Welches der Nyquist-Diagramme in Bild 2 entspricht dem Bode-Diagramm aus Bild 1?

(a) <input type="checkbox"/> A	(b) <input type="checkbox"/> B	(c) <input type="checkbox"/> C	(d) <input type="checkbox"/> D
--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------

22. Was ist der relative Grad (Polüberschuss) des Systems mit dem Bode-Diagramm aus Bild 1?

(a) <input type="checkbox"/> 0	(b) <input type="checkbox"/> 1	(c) <input type="checkbox"/> 2	(d) <input type="checkbox"/> 3
--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------

23. Wieviele reine Integrationsglieder enthält das System mit dem Bode-Diagramm aus Bild 1?

(a) <input type="checkbox"/> 0	(b) <input type="checkbox"/> 1	(c) <input type="checkbox"/> 2	(d) <input type="checkbox"/> 3
--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------

24. Welcher Übertragungsfunktion $G(s)$ entspricht das System mit dem Bode-Diagramm aus Bild 1 (in etwa)?

(a) <input type="checkbox"/> $\frac{0.1s^2+0.6s+0.5}{0.15s^3+s^2}$	(b) <input type="checkbox"/> $\frac{0.5s+0.5}{s^2+0.1s}$	(c) <input type="checkbox"/> $\frac{0.5s+0.5}{2s+1}$	(d) <input type="checkbox"/> $\frac{0.1s^2+0.6s+0.5}{s^2+s}$
--	--	--	--

25. Was ist die statische Verstärkung (DC-Gain) des Systems mit dem Bode-Diagramm aus Bild 1?

(a) <input type="checkbox"/> 1	(b) <input type="checkbox"/> 40	(c) <input type="checkbox"/> 100	(d) <input type="checkbox"/> ∞
--------------------------------	---------------------------------	----------------------------------	---------------------------------------

26. Wo liegt in etwa die Schnittfrequenz des Systems mit dem Bode-Diagramm aus Bild 1?

(a) <input type="checkbox"/> 0.1 rad/sec	(b) <input type="checkbox"/> 1 rad/sec	(c) <input type="checkbox"/> 10 rad/sec	(d) <input type="checkbox"/> 100 rad/sec
--	--	---	--

27. Erfüllt das System mit dem Bode-Diagramm aus Bild 1 das Nyquist-Stabilitätskriterium?

(a) <input type="checkbox"/> Ja	(b) <input type="checkbox"/> Nein
---------------------------------	-----------------------------------

28. Welche Amplitudenreserve hat das System aus Bild 1 (in etwa)?

(a) <input type="checkbox"/> keine	(b) <input type="checkbox"/> 2	(c) <input type="checkbox"/> 100	(d) <input type="checkbox"/> ∞
------------------------------------	--------------------------------	----------------------------------	---------------------------------------

29. Welche Phasenreserve hat das System (in etwa)?

(a) <input type="checkbox"/> keine	(b) <input type="checkbox"/> 15 Grad	(c) <input type="checkbox"/> 35 Grad	(d) <input type="checkbox"/> 90 Grad
------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------

points on page: 9

²Bildquelle: Üb. 3, HS12 Regelsysteme, M. Morari

Bild 3: Ein Nyquist-Diagramm:

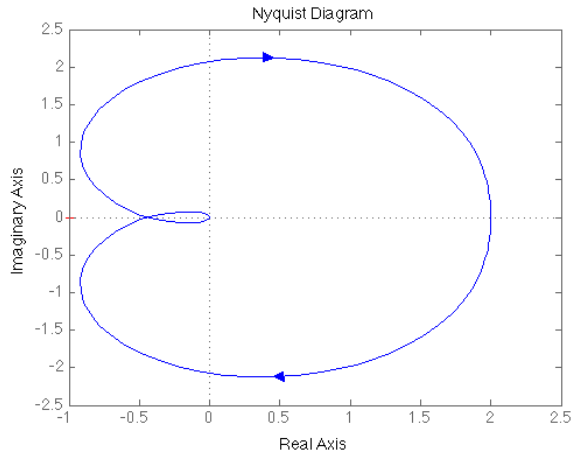
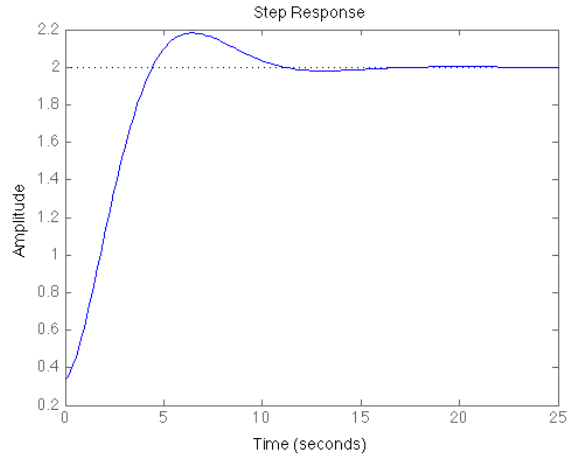


Bild 4: Eine Sprungantwort:



Betrachten Sie das System mit dem Nyquist-Diagramm aus Bild 3, und entscheiden Sie, ob es das Nyquist Stabilitätskriterium erfüllt und wenn ja, mit welcher Amplituden- und Phasenreserve.

30. Welche Amplitudenreserve hat das System aus Bild 3 (in etwa)?

- | | | | |
|------------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| (a) <input type="checkbox"/> keine | (b) <input type="checkbox"/> 0.5 | (c) <input type="checkbox"/> 1.15 | (d) <input type="checkbox"/> 2.3 |
|------------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|

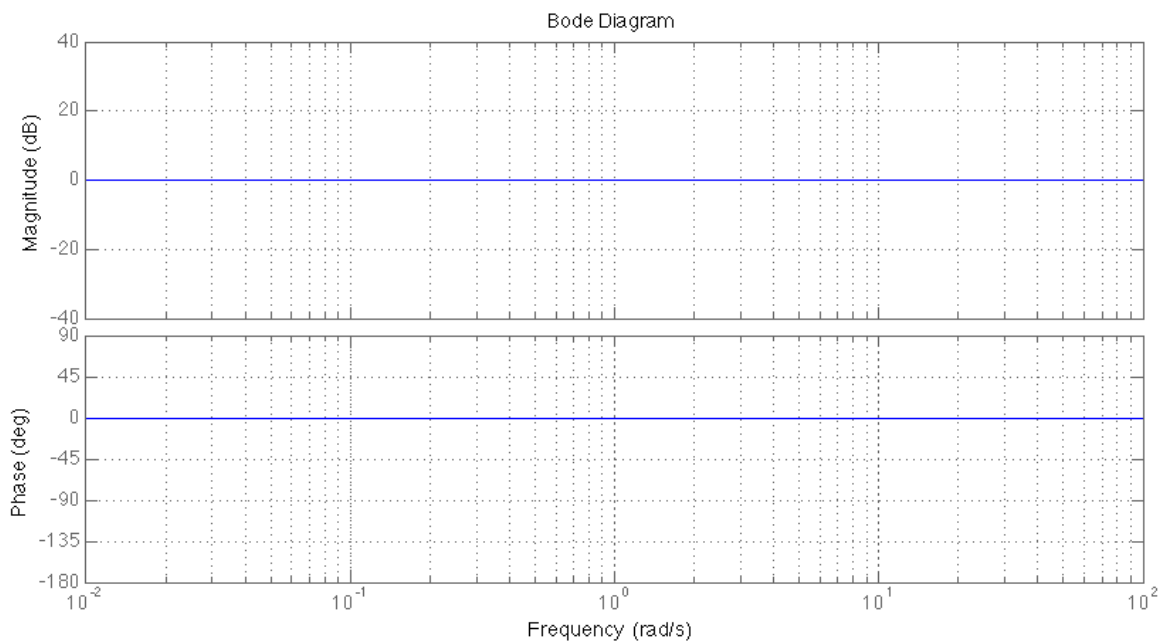
31. Welche Phasenreserve hat das System aus Bild 3 (in etwa)?

- | | | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| (a) <input type="checkbox"/> keine | (b) <input type="checkbox"/> 5 Grad | (c) <input type="checkbox"/> 30 Grad | (d) <input type="checkbox"/> 90 Grad |
|------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|

32. Betrachten Sie das System mit der Sprungantwort aus Bild 4. Welcher Übertragungsfunktion $G(s)$ entspricht es in etwa?

- | | | | |
|---|---|--|--|
| (a) <input type="checkbox"/> $\frac{s^2+s+2}{3s^2+1}$ | (b) <input type="checkbox"/> $\frac{s+2}{3s^2+1}$ | (c) <input type="checkbox"/> $\frac{s^2+s+1}{3s^2+2s+1}$ | (d) <input type="checkbox"/> $\frac{s^2+s+2}{3s^2+2s+1}$ |
|---|---|--|--|

33. Skizzieren Sie das Bode-Diagramm des folgenden Systems: $G(s) = \frac{1}{s} \frac{10}{(1+s)}$



2

points on page: 5

34. Betrachten Sie das folgende System in Regelungsnormform mit

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Finden Sie (durch Rechnung auf Papier) eine Matrix K , so dass die Closed-Loop Systemmatrix $A_{CL} = A - BK$ die drei (stabilen) Eigenwerte -1 , -2 und -3 hat.

4	
---	--

points on page: 4	
-------------------	--

35. Betrachten Sie ein einfaches mechanisches System wie z.B. die Geschwindigkeit eines Rotors, das durch die Gleichung $\ddot{y}(t) = u(t)$ beschrieben wird. Wenn man den Zeitverlauf von $u(t)$ und $y(t)$ messen kann, dann sollte man auch die Geschwindigkeit $\dot{y}(t)$ schätzen können. Bringen Sie das System in Zustandsform $\dot{x} = Ax + Bu$, $y = Cx$ mit Zustandsvektor $x = (y, \dot{y})^\top$, und geben Sie die allgemeine Formel für einen (Luenberger-)Beobachter an, der den unbekannt Zustand $x(t)$ durch $\hat{x}(t)$ schätzt. Wählen Sie zwei geeignete Zahlen in der Matrix $L = (L_1, L_2)^\top$ und zeigen Sie Stabilität des Beobachters.

$A =$

$B =$

$C =$

$\dot{\hat{x}} =$

$L =$

Begründung der Wahl von L_1 und L_2 und Beweis der Stabilität des Beobachters:

36. Modellieren Sie die Temperatur $T(t)$ [K] und Wassermenge $m(t)$ [kg] in einem Waschbecken, in das Sie heißes Wasser der konstanten Temperatur T_h mit variabler Massenflussrate $u(t)$ [kg/s] einlaufen lassen. Neben dem Zufluss $u(t)$ durch den Wasserhahn gebe es auch einen Ausfluss, da der Stöpsel offen ist. Der Ausfluss habe die Massenflussrate $k_1\sqrt{m(t)}$, wobei k_1 eine positive Konstante mit Einheit $\sqrt{\text{kg/s}}$ ist. Die Wärmekapazität des Wassers sei C mit Einheit $\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$, und es gebe es Wärmeverluste an die Umgebung mit Wärmeverlustleistung $k_2 C m(t)(T(t) - T_0)$, wobei die positive Konstante k_2 die Einheit $1/\text{s}$ habe und T_0 die Umgebungstemperatur ist. Skizzieren Sie das System, und finden Sie eine gewöhnliche Differentialgleichung der Form $\dot{x} = f(x, u)$ mit $x = (m, T)^\top$. Tipp: verwenden Sie die Massenerhaltung und Wärme-Energieerhaltung. Sie dürfen bei der Herleitung annehmen, dass die Masse $m(t)$ immer strikt positiv bleibt.

Skizze mit Beschriftungen (Zustände und Zu- und Abflüsse):

2	
---	--

Raum für Zwischenrechnungen und insbesondere die Wärme-Energieerhaltungsgleichung:

1	
---	--

$\dot{m}(t) =$	
----------------	--

1	
---	--

$\dot{T}(t) =$	
----------------	--

1	
---	--

points on page: 5	
-------------------	--

Leeres Blatt für Zwischenrechnungen