Vorlesung Systemtheorie und Regelungstechnik I (SR1)
Albert-Ludwigs-Universität Freiburg – Sommersemester 2015

Übungsblatt 7: Laplace, Regler und Totzeit

(Abgabe am 19.6.2015 um 8:15 im Vorlesungs-Hörsaal)

Prof. Dr. Moritz Diehl, Dr. Jörg Fischer und Lukas Klar

1. (Python) In dieser Aufgabe soll das Totzeitglied (vgl. Kap. 5.2.2) mittels eines PT_n-Gliedes approximiert werden. Ein PT_n-Glied besteht aus n in Reihe geschalteter rationaler Verzögerungsglieder erster Ordnung (PT_1).

   (a) Schreiben Sie dazu zunächst in Python eine Funktion `PTn(n,T)`, die das Zustandsraummodell eines PT-Gliedes n-ten Grades berechnet und zurückgibt. Eingabewerte sind einerseits die Ordnung `n`, d.h. die Anzahl an PT_1-Glieder, die hintereinander geschaltet werden, und andererseits die Zeitkonstante `T` der einzelnen PT_1-Glieder. Ausgabewerte sind die Matrizen A, B, C, D des Zustandsraummodells. (1 Punkte)

   (b) Nähern Sie nun ein Totzeitglied mit einer Totzeit von 5 Sekunden durch ein PT_1-, ein PT_{10}- und ein PT_{100}-Glied an. Plotten Sie die Sprungantworten aller drei Systeme über eine Dauer von 10 Sekunden mit Hilfe der *Python Control Systems Library*. (2 Punkte)

2. Berechnen Sie die Laplacetransformierte von folgenden Funktionen. Verwenden Sie dafür nur die im Skript angegebene Formeln. (Rechenweg angeben) (7 Punkte)

   (a) $f(t) = \delta(t)$

   (b) $f(t) = 1$

   (c) $f(t) = \begin{cases} 2 & \text{wenn } t > T \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$, wobei $T > 0$ konstant ist

   (d) $f(t) = t$

   (e) $f(t) = \frac{1}{6}t^3$

   (f) $f(t) = \sinh(\omega t)$, wobei $\omega > 0$ eine Konstante ist mit $|\omega| < \Re(s)$

   (g) $f(t) = 1 - \cos(\omega t)$, wobei $\omega > 0$ eine Konstante ist

3. Wie lauten die Zeitfunktionen $f(t)$ von folgenden Laplacetransformierten? Nehmen Sie an, dass die Zeitfunktionen kausal sind, d.h. das $f(t) = 0$ für $t < 0$ gilt. Verwenden Sie dafür nur die im Skript angegebene Formeln und die Ergebnisse aus der vorhergehenden Aufgabe. (Rechenweg angeben) (4 Punkte)

   (a) $F(s) = \frac{1}{s}$

   (b) $F(s) = \frac{1}{(s+2)^2}$

   (c) $F(s) = \frac{1}{s^3}e^{-Ks}$, wobei $K > 0$ eine Konstante ist

   (d) $F(s) = \frac{3}{s^2+9}$

4. Betrachten Sie das kinematische Traktormodell aus dem Skript

$$\begin{aligned} \dot{X} &= V\cos\beta, \\ \dot{Y} &= V\sin\beta, \\ \dot{\beta} &= \frac{V}{L}\tan\alpha. \end{aligned}$$

   mit $V = 5\,\mathrm{m/s}$ und $L = 3\,\mathrm{m}$. Nehmen Sie an, dass der Traktor fast gerade entlang der $X-$Achse fährt. Während der Zustand X sich fast mit konstanter Geschwindigkeit erhöht, sind die Zustände Y und β fast konstant bei dem Wert Null. Durch kleine Steuerinputs α kann man die $Y-$Position beeinflussen. Wir wollen das SISO System mit $u := \alpha$ als Eingang und $y := Y$ als Ausgang betrachten.

   (a) Linearisieren Sie dann das Modell und geben Sie die E/A-DGL des LTI-SISO Systems an. (1 Punkt)

   (b) Welche Polstellen hat das LTI-SISO System? Ist es stabil? (2 Punkte)

   (c) Implementieren Sie nun einen Proportional-Regler mit $K_\mathrm{P} = 3.14\frac{1}{\mathrm{m}}$ für das System (vgl. Kap. 6.6.4). Wie lautet die E/A-DGL des geregelten Systems? (2 Punkte)

   (d) Welche regelungstechnische Bedeutung hat der Referenzwert $r(t)$ im Bezug auf das geregelte System? (1 Punkt)

   (e) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ und simulieren Sie die Sprungantwort des geregelten Systems mittels der *Python Control Library*. (2 Punkte)

(f) Welcher Anfangswert und welcher Referenzwert werden bei der Sprungantwort verwendet? Wann erreicht das System den Referenzwert? (2 Punkte)

(g) Implementieren Sie nun einen PD-Regler mit $K_\mathrm{P} = 3.14$ und $K_\mathrm{D} = 1$ für das System (vgl. Kap. 6.6.5). Wie lautet die Übertragungsfunktion $G(s)$ des geregelten Systems? (1 Punkt)

(h) Simulieren Sie die Sprungantwort des PD-geregelten Systems. Wann erreicht das System den Referenzwert? (2 Punkte)

Hinweis zur Abgabe: Bitte **drucken** Sie die Plots aus und tackern Sie alle Blätter zusammen. Einzelne Blätter und E-mails werden nicht korrigiert.