Prüfung zur Systemtheorie und Regelungstechnik I, Universität Freiburg, SoSe 2020 (Prof. Dr. M. Diehl)

Mikroklausur 2 am 23.6.2020

Name: Matrikelnummer: Punkte: / 9

Füllen Sie bitte Ihre Daten ein und machen Sie jeweils genau ein Kreuz bei der richtigen Antwort. Sie dürfen Extrapapier für Zwischenrechnungen nutzen, aber bitte geben Sie am Ende nur dieses Blatt ab. Richtige Antworten zählen 1 Punkt, falsche, keine oder mehrere Kreuze 0 Punkte.

1. Welches der folgenden E/A-Systeme ist nicht BIBO stabil? T ist eine positive Konstante.

(a) ☐ $\ddot{y}+4\dot{y}+5y=u$	(b) ☐ $\dot{y}+3y=\dot{u}+u$	(c) ☒ $T^2\ddot{y}+y=u$	(d) ☐ $\ddot{y}+5\dot{y}+y=\ddot{u}+u$

PT_2-Glied ohne Dämpfung ist nicht BIBO stabil

2. Welches der folgenden vier Systeme beschreibt NICHT das gleiche Eingangs- Ausgangsverhalten wie $\ddot{y}-2y=4\dot{u}$?

(a) ☐ $\dot{x}=\begin{bmatrix}0&1\\2&0\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}4\\0\end{bmatrix}u,\quad y=\begin{bmatrix}1&0\end{bmatrix}x$	(b) ☐ $\dot{x}=\begin{bmatrix}0&2\\1&0\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\12\end{bmatrix}u,\quad y=\begin{bmatrix}0&\frac{1}{3}\end{bmatrix}x$
(c) ☒ $\dot{x}=\begin{bmatrix}0&1\\-2&0\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}-4\\0\end{bmatrix}u,\quad y=\begin{bmatrix}1&0\end{bmatrix}x$	(d) ☐ $-10y=20\dot{u}-5\ddot{y}$

$$\dot{x}_1=x_2-4u,\quad \dot{x}_2=-2x_1,\quad y=x_1$$
$$\ddot{x}_1=\dot{x}_2-4\dot{u}=-2x_1-4\dot{u}$$
$$\Rightarrow \ddot{y}+2y=-4\dot{u}$$

3. Welches der folgenden Systeme mit $\dot{x}=Ax+Bu$, $y=Cx+Du$ ist in der Ruhelage $x_{\text{ss}}=u_{\text{ss}}=0$ asymptotisch stabil nach Lyapunov?

(a) ☐ $A=\begin{bmatrix}2&-3\\2&-2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}, C=[1\ 0], D=[0]$	(b) ☐ $A=\begin{bmatrix}1&2\\1&2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}, C=[0\ 1], D=[0]$
(c) ☐ $A=\begin{bmatrix}1&-1\\2&1\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}0\\2\end{bmatrix}, C=[1\ 0], D=[0]$	(d) ☒ $A=\begin{bmatrix}-2&2\\0&-1\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}, C=[0\ 1], D=[0]$

$$\begin{aligned}
\det(\lambda I-A) &= \det\left(\begin{bmatrix}\lambda+2&-2\\0&\lambda+1\end{bmatrix}\right)\\
&= (\lambda+2)(\lambda+1)\\
&= \lambda^2+3\lambda+2 \overset{!}{=} 0\\
\lambda_{1,2} &= -\frac{3}{2}\pm\sqrt{(\frac{3}{2})^2-2}\\
\lambda_{1,2} &= -\frac{3}{2}\pm\frac{1}{2}\\
\lambda_1 &= -1\\
\lambda_2 &= -2\\
\Re(\lambda_{1,2})<0 &\Rightarrow \text{asymptotisch stabil}
\end{aligned}$$

4. Welche Impulsantwort hat das System $0.5\dot{y}+ky-u=0$? k ist eine Konstante.

(a) ☐ $2e^{2kt}$	(b) ☒ $2e^{-2kt}$	(c) ☐ $\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}kt}$	(d) ☐ $1-2e^{2kt}$

$$\dot{y}=-2\,k\,y+2\,u$$
$$x=y\Rightarrow\dot{x}=-2\,k\,x+2\,u$$
$$\Rightarrow A=[-2\,k], B=[2], C=[1], D=[0]$$
$$g(t)=Ce^{At}B+D\delta(t)=2e^{-2kt}$$

5. Welche Sprungantwort $h(t)$ mit $t>0$ hat das System $2\dot{y}=\sqrt{u}$?

(a) ☐ $\frac{1}{2}t^2$	(b) ☐ $2t$	(c) ☐ $t^{\frac{1}{2}}$	(d) ☒ $\frac{1}{2}t$

$$u=1\Rightarrow\dot{y}=\frac{1}{2}\Rightarrow y=\frac{1}{2}t$$

6. Ein LTI-System wird durch die E/A-Differentialgleichung $5\ddot{y}+15\dot{y}+10y = 10\dot{u}+5u$ beschrieben. Wie lautet das charakteristische Polynom $p_A(\lambda)$?

(a) [x] $\lambda^2 + 3\lambda + 2$	(b) [ ] $5\lambda^2 + 15\lambda - 10$	(c) [ ] $5\lambda^2 + 15\lambda - 5$	(d) [ ] $5\lambda^3 + 15\lambda^2 + 10\lambda$

$$5\ddot{y} + 15\dot{y} + 10y = 10\dot{u} + 5u \Leftrightarrow \ddot{y} + 3\dot{y} + 2y = 2\dot{u} + u$$
$$\Rightarrow p_A(\lambda) = \lambda^2 + 3\lambda + 2$$

7. Welches charakteristische Polynom $p_A(\lambda)$ hat das LTI-System $\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx + Du$ mit den Matrizen $A = \begin{bmatrix} 9 & 4 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 7 & 1 \end{bmatrix}$ und $D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$?

(a) [ ] $\lambda^2 - 16\lambda - 43$	(b) [ ] $\lambda^2 + 16\lambda + 43$	(c) [x] $\lambda^2 - 16\lambda + 43$	(d) [ ] $\lambda^2 + 16\lambda - 43$

$$p_A(\lambda) = \det(\lambda I - A) = (\lambda - 9)(\lambda - 7) - (-4 \cdot -5) = \lambda^2 - 7\lambda - 9\lambda + 63 - 20 = \lambda^2 - 16\lambda + 43$$

8. Bestimmen Sie die Polstellen des Systems, das durch folgende E/A-Differentialgleichung beschrieben wird: $8\ddot{y} - 32y = 16\ddot{u} - 4u$.

(a) [ ] $\{-1/2, 1/2\}$	(b) [ ] $\{0, 2\}$	(c) [ ] $\{-2, 0\}$	(d) [x] $\{-2, 2\}$

$$8\ddot{y} - 32y = 16\ddot{u} - 4u \Leftrightarrow \ddot{y} - 4y = 2\dot{u} - \frac{1}{2}u$$
$$\Rightarrow p_A(\lambda) = \lambda^2 - 4$$
$$p_A(\lambda) \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow \lambda^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \lambda_{1,2} = \pm 2$$

9. Welches der folgenden vier Systeme ist nicht BIBO stabil? Jedes System ist durch seine Sprungantwort $h(t)$ beschrieben. T ist eine positive Konstante.

(a) [ ] $e^{-t}(\cos t + \sin t)$	(b) [x] $e^t - 5$	(c) [ ] $1 - \frac{T}{t}$	(d) [ ] $\cos t e^{-t}$

Die e Funktion wächst unendlich. Kmax ist nicht endlich $\Rightarrow$ nicht BIBO stabil