

Mikroklausur 3 am 23.06.2026

Übungsgruppe: 1 ☐ Merlin Trumpf

2 ☐ Felix Weyel

3 ☐ Felix Renard

4 ☐ Johannes Fischer

Name: Matrikelnummer: Punkte: / 9

Füllen Sie bitte Ihre Daten ein und machen Sie jeweils genau ein Kreuz bei der richtigen Antwort. Sie dürfen Extrapapier für Zwischenrechnungen nutzen, aber bitte geben Sie am Ende nur dieses Blatt ab. Richtige Antworten zählen 1 Punkt, falsche, keine oder mehrere Kreuze 0 Punkte.

1. Welches der folgenden vier Systeme ist nicht BIBO stabil? Jedes System ist durch seine Sprungantwort $h(t)$ beschrieben.

(a) ☐ $12e^{-t}$	(b) ☐ $\frac{1}{1+t^2}$	(c) ☒ $\log t \sin t$	(d) ☐ $1 - \frac{\sin t}{t^2+1}$
---	--	---	---

Die log Funktion wächst unendlich. $K_{\max}$ ist nicht endlich $\Rightarrow$ nicht BIBO stabil

2. Ein LTI-System wird durch die E/A-Differentialgleichung $2\ddot{y} + 4\dot{y} - 4y = 6\dot{u} + 10u$ beschrieben. Welcher Übertragungsfunktion $G(s)$ entspricht es?

(a) ☐ $\frac{6s+10}{s^3+2s^2-2}$	(b) ☒ $\frac{3s+5}{s^3+2s^2-2}$	(c) ☐ $\frac{s^3+2s^2-2}{3s+5}$	(d) ☐ $\frac{s^3+2s^2-2}{6s+10}$
---	---	--	---

Laplace transformation:

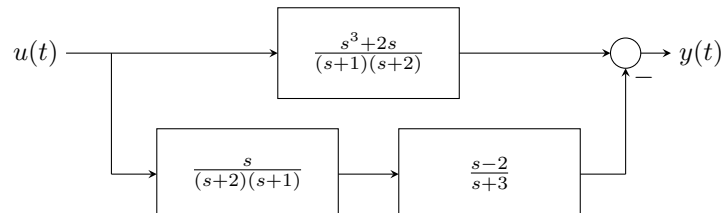
$$2s^3Y + 4s^2Y - 4Y = 6sU + 10U$$

$$s^3Y + 2s^2Y - 2Y = 3sU + 5U$$

$$(s^3 + 2s^2 - 2)Y = (3s + 5)U$$

$$G(s) = \frac{Y}{U} = \frac{3s + 5}{s^3 + 2s^2 - 2}$$

3. Betrachten Sie das durch das folgende Blockschaltbild repräsentierte System.



Welcher Übertragungsfunktion $G(s)$ entspricht es?

(a) ☐ $\frac{(s^4+2s)(s+3)}{(s+1)(s+2)}$	(b) ☐ $\frac{s^5+3s^4+s^3+8s^2}{(s+1)^2(s+2)^2(s+3)}$	(c) ☒ $\frac{s^4+3s^3+s^2+8s}{(s+1)(s+2)(s+3)}$	(d) ☐ $\frac{(s^3+2)(s+3)}{(s+1)(s+2)}$
---	--	---	--

$$Y = \frac{s^3 + 2s}{(s + 1)(s + 2)}U - \frac{s}{(s + 1)(s + 2)} \frac{s - 2}{s + 3}U$$

$$Y = \frac{(s^3 + 2s)(s + 3) + 2s - s^2}{(s + 1)(s + 2)(s + 3)}U$$

$$G(s) = \frac{s^4 + 3s^3 + s^2 + 8s}{(s + 1)(s + 2)(s + 3)}$$

4. Welches der folgenden Systeme mit $\dot{x} = Ax + Bu$, $y = Cx + Du$ ist in der Ruhelage $x_{ss} = u_{ss} = 0$ NICHT asymptotisch stabil nach Lyapunov?

(a) ☐ $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}, C = [0 \ 1], D = [1]$	(b) ☒ $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = [0 \ 3], D = [0]$
(c) ☐ $A = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}, C = [2 \ 0], D = [2]$	(d) ☐ $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, C = [4 \ 0], D = [3]$

$$\begin{aligned}
\det(\lambda I - A) &= \det\left(\begin{bmatrix} \lambda - 3 & 2 \\ 1 & \lambda \end{bmatrix}\right) \\
&= (\lambda - 3)(\lambda) - 2 \\
&= \lambda^2 - 3\lambda - 2 \stackrel{!}{=} 0 \\
\lambda_{1,2} &= \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot (-2)}}{2} \\
\lambda_1 &= \frac{3 + \sqrt{17}}{2} \\
\lambda_2 &= \frac{3 - \sqrt{17}}{2} \\
\Re(\lambda_1) > 0 &\Rightarrow \text{instabil}
\end{aligned}$$

5. Bestimmen Sie die Polstellen des Systems, das durch folgende E/A-Differentialgleichung beschrieben wird: $5\ddot{y} - 25y = 4\ddot{u} - 2u$.

(a) ☐ $\{0, 5\}$	(b) ☒ $\{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\}$	(c) ☐ $\{-\sqrt{5}, 0\}$	(d) ☐ $\{-5, 5\}$
---	---	---	--

$$\begin{aligned}
5\ddot{y} - 25y &= 4\ddot{u} - 2u \Leftrightarrow \ddot{y} - 5y = \frac{4}{5}\ddot{u} - \frac{2}{5}u \\
&\Rightarrow p_A(\lambda) = \lambda^2 - 5 \\
p_A(\lambda) &\stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow \lambda^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow \lambda_{1,2} = \pm\sqrt{5}
\end{aligned}$$

6. Wie lautet die Laplace-Transformierte $F(s)$ von $f(t) = e^{at}$ in ihrer Konvergenzhalbebene, für eine reelle Konstante $a > 0$?

(a) ☐ $\frac{a}{a-s}$	(b) ☐ $\frac{a}{s}$	(c) ☒ $\frac{1}{s-a}$	(d) ☐ $\frac{1}{\frac{1}{a}-s}$
--	--	---	--

$$\begin{aligned}
F(s) &= \int_0^\infty e^{at} e^{-st} dt = \int_0^\infty e^{(a-s)t} dt \\
&= \left[-\frac{e^{-(s-a)t}}{s-a} \right]_0^\infty = 0 - \left(-\frac{1}{s-a} e^0 \right) = \frac{1}{s-a}
\end{aligned}$$

7. Welches System wird durch die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{1s^2+2}{3s^2-4s}$ beschrieben?

(a) ☒ $3\ddot{y} - 4\dot{y} = 1\ddot{u} + 2u$	(b) ☐ $3\ddot{u} - 4\dot{u} = 1\ddot{y} + 2y$
(c) ☐ $3\dot{y} - 4y = 1\dot{u} + 2$	(d) ☐ $3\dot{u} - 4u = 1\dot{y} + 2$

$$\begin{aligned}
\frac{Y}{U} &= \frac{1s^2 + 2}{3s^2 - 4s} \\
Y(3s^2 - 4s) &= U(1s^2 + 2) \\
3s^2 Y - 4s Y &= 1s^2 U + 2U \\
3\ddot{y} - 4\dot{y} &= 1\ddot{u} + 2u
\end{aligned}$$

8. Welche Impulsantwort $g(t)$ mit $t > 0$ hat das System $2\ddot{y} = u$?

(a) ☒ $\frac{1}{2}t$	(b) ☐ $2t$	(c) ☐ $\frac{1}{2}$	(d) ☐ 0
--	-----------------------------------	--	----------------------------------

$$2\ddot{y} = \delta(t) \Rightarrow \dot{y} = \frac{1}{2}\sigma(t) \Rightarrow y = \frac{1}{2}t$$

9. Ein LTI-System wird durch die Zustandsgleichung $\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx + Du$ beschrieben, mit $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, C = [2 \ 1], D = [1]$. Welcher Übertragungsfunktion $G(s)$ entspricht es?

TIPP: Die Inverse einer 2×2 Matrix $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ist gegeben durch $\frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

(a) ☐	$\frac{2s^2+4s+1}{s-5}$	(b) ☐	$\frac{4+2s}{s^2-5s+4}$	(c) ☐	$\frac{4s-2}{s^2-5s+4}$	(d) ☒	$\frac{s^2-s+2}{s^2-5s+4}$
------------------------------	-------------------------	------------------------------	-------------------------	------------------------------	-------------------------	---	----------------------------

$$\begin{aligned}
 G(s) &= C(sI - A)^{-1}B + D \\
 &= \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s-1 & -2 \\ 0 & s-4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + 1 \\
 &= \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{(s-1)(s-4) - 0} \begin{bmatrix} s-4 & 2 \\ 0 & s-1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + 1 \\
 &= \frac{2 * (s-4 + 4) + 1 * (1 * 0 + 2 * (s-1))}{s^2 - 5s + 4} + 1 \\
 &= \frac{4s - 2}{s^2 - 5s + 4} + 1 \\
 &= \frac{s^2 - s + 2}{s^2 - 5s + 4}
 \end{aligned}$$