Prüfung zur Systemtheorie und Regelungstechnik I, Universität Freiburg, SoSe 2026 (Prof. Dr. M. Diehl)

Mikroklausur 1 am 12.05.2026

Übungsgruppe: 1 ☐ Felix Weyel | 2 ☐ Merlin Trumpf | 3 ☐ Felix Renard | 4 ☐ Johannes Fischer

Name: Matrikelnummer: Punkte: / 9

Füllen Sie bitte Ihre Daten ein und machen Sie jeweils genau ein Kreuz bei der richtigen Antwort. Sie dürfen Extrapapier für Zwischenrechnungen nutzen, aber bitte geben Sie am Ende nur dieses Blatt ab. Richtige Antworten zählen 1 Punkt, falsche, keine oder mehrere Kreuze 0 Punkte.

1. Welche Lösung $x(t)$ hat die Differentialgleichung $\dot{x}(t) = 3x(t) - 2u(t)$ mit dem Anfangswert $x(0) = 1$?

(a) ☐ $-2e^t u(t) + \int_0^t 3x(\tau)d\tau$	(b) ☐ $-2u(t) + \int_0^t 3x(\tau)d\tau$
(c) ☐ $e^{3t} - 2e^{3t}\int_0^t e^{-\tau}u(\tau)d\tau$	(d) ☐ $e^{3t} - 2e^{3t}\int_0^t e^{-3\tau}u(\tau)d\tau$

2. Dividieren Sie $a = 5e^{2\pi j}$ durch $b = \frac{3}{5}e^{-2\pi j}$. Das Ergebnis ist gegeben durch:

(a) ☐ $\frac{25}{3}e^{5\pi j}$	(b) ☐ $\frac{25}{3}$	(c) ☐ $3e^{-4\pi^2}$	(d) ☐ $3e^{-1}$

3. Berechnen Sie $A_1 \cdot A_2$ (Matrixprodukt) mit $A_1 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \end{bmatrix}$ und $A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

(a) ☐ $\begin{bmatrix} 12 \\ -5 \end{bmatrix}$	(b) ☐ $\begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$	(c) ☐ $\begin{bmatrix} 12 & -5 \end{bmatrix}$	(d) ☐ $\begin{bmatrix} 4 & 7 \end{bmatrix}$

4. Ein System ist durch die Differentialgleichung $\sin(a) \cdot y(t) = \cos(b) \cdot u(t)$ beschrieben, wobei a und b konstante Parameter sind mit $\sin(a) > 0$, $u(t)$ das Eingangssignal und $y(t)$ das Ausganssignal. Ist das System *linear* und/oder *zeitinvariant*

(a) ☐ linear	(b) ☐ zeitinvariant	(c) ☐ linear und zeitinvariant	(d) ☐ weder linear noch zeitinvariant

5. Multiplizieren Sie $z_1 = 1 + 2j$ mit $z_2 = 3 - 4j$. Das Ergebnis ist gegeben durch:

(a) ☐ $3 + 18j$	(b) ☐ $3 + 2j$
(c) ☐ $11 + 2j$	(d) ☐ $-5 + 10j$

6. Eine Punktmasse mit Masse m, die sich in einer Dimension bewegt und auf die eine äußere Kraft F, eine konstante Reibung $c > 0$, und eine positionsabhängige Kraft mit Konstante $P > 0$ wirkt, wird durch die DGL $m\ddot{z} = F - c \cdot \dot{z} + Pz$ beschrieben. Nehmen Sie $x = \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \end{bmatrix}$ als Zustand und $u = F$ als Eingang. Bringen Sie das System in die Form $\dot{x} = Ax + Bu$

(a) ☐ $A = \begin{bmatrix} -\frac{P}{m} & \frac{c}{m} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} m \\ 0 \end{bmatrix}$	(b) ☐ $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{P}{m} & -\frac{c}{m} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix}$
(c) ☐ $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ P & -c \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	(d) ☐ $A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{m} \\ \frac{P}{m} & -\frac{c}{m} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix}$

7. Ein Auto fährt eine hügelige Strecke entlang. Der Zustand des Systems ist gegeben durch die Position des Fahrzeugs in der Landschaft p und dessen Geschwindigkeit v. Der Eingang des Systems ist die Antriebskraft F. Es gilt $\dot{v} = -\sin(p) + F$. Linearisieren Sie das System um $p_0 = \frac{\pi}{2}$, $v_0 = 0$ und $F_0 = 1$. Bringen Sie das System in die Form $\dot{x} = Ax + Bu$. Geben Sie A und B an.

(a) ☐ $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	(b) ☐ $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
(c) ☐ $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$	(d) ☐ $A = \begin{bmatrix} \frac{\pi}{2} & \frac{\pi}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

8. In einer Getränkefabrik wird ein zylindrischer Mischtank mit konstanter Grundfläche A genutzt, um Limonade zu mischen. Der Tank hat zwei steuerbare Eingänge: Die Zuflussrate von reinem Wasser u_1 und die Zuflussrate von hochkonzentriertem Sirup u_2. Die Abflussgeschwindigkeit hängt von der Füllstandhöhe h ab, gemäß $A\dot{h} = u_1 + u_2 - k_v\sqrt{h}$, während die Änderung der Zuckerkonzentration im Tank gegeben ist durch $\dot{c} = \frac{1}{Ah}(u_2 c_{\text{Sirup}} - c(u_1 + u_2))$. Welche Zuflussraten für Wasser u_1 und Sirup u_2 müssen eingestellt werden, damit sowohl die Abflussgeschwindigkeit als auch die Zuckerkonzentration konstant bleiben, für konstante k_v, c_{Sirup} und gegebener Füllhöhe $h^{\text{ss}} > 0$ und Konzentration $c^{\text{ss}} > 0$?

(a) ☐ $u_1^{\text{ss}} = k_v\sqrt{h^{\text{ss}}}(1 - \frac{c^{\text{ss}}}{c_{\text{Sirup}}})$, $u_2^{\text{ss}} = k_v\sqrt{h^{\text{ss}}}\frac{c^{\text{ss}}}{c_{\text{Sirup}}}$	(b) ☐ $u_1^{\text{ss}} = \frac{1}{A}k_v\sqrt{h^{\text{ss}}}(1 - \frac{c_{\text{Sirup}}}{c^{\text{ss}}})$, $u_2^{\text{ss}} = \frac{1}{Ah^{\text{ss}}}k_v\sqrt{h^{\text{ss}}}\frac{c_{\text{Sirup}}}{c^{\text{ss}}}$	(c) ☐ $u_1^{\text{ss}} = \frac{1}{A}k_v\sqrt{h^{\text{ss}}}$, $u_2^{\text{ss}} = \frac{1}{Ah^{\text{ss}}}k_v\sqrt{h^{\text{ss}}}\frac{c^{\text{ss}}}{c_{\text{Sirup}}}$	(d) ☐ $u_1^{\text{ss}} = k_v\sqrt{h^{\text{ss}}}(1 - c^{\text{ss}})$, $u_2^{\text{ss}} = k_v\sqrt{h^{\text{ss}}}c^{\text{ss}}$

9. Bestimmen Sie das Matrixprodukt $A^T A$ von $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

(a) ☐ $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 16 \end{bmatrix}$	(b) ☐ $\begin{bmatrix} 10 & 14 \\ 14 & 20 \end{bmatrix}$	(c) ☐ $\begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 4 & 16 \end{bmatrix}$	(d) ☐ $\begin{bmatrix} 20 & 14 \\ 14 & 10 \end{bmatrix}$