

## Python Übung Blatt II - Simulation und Stabilität eines Traktors mit Anhänger

Prof. Dr. Moritz Diehl, Leonard Fichtner

---

Auf diesem Blatt soll ein Traktor (schwarz) mit Anhänger (grün) sowohl beim Vorwärts- als beim Rückwärtsfahren simuliert werden sowie auf Stabilität geprüft werden.

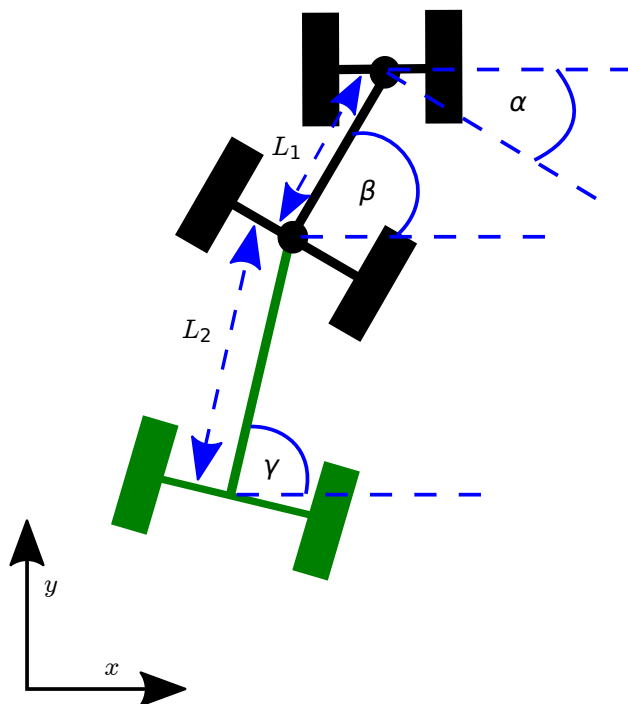


Abbildung 1: Skizze des Traktors mit Anhänger

In dieser Aufgabe betrachten wir hierzu ein reduziertes Modell des Systems, das nur die Orientierung des Traktors und des Anhängers beschreibt, aber nicht deren Translation.

$$x(t) = \begin{bmatrix} \beta(t) \\ \gamma(t) \end{bmatrix}, \quad u(t) = \alpha(t), \quad y(t) = [\gamma(t)]$$
$$\dot{x} = f(x, u) = \begin{bmatrix} \frac{V}{L_1} \tan(\alpha) \\ \frac{V}{L_2} \cos(\beta - \gamma - \frac{\pi}{2}) \end{bmatrix}$$

Dabei ist  $L_1 = 6$  m und  $L_2 = 4$  m. Die Geschwindigkeit ist  $V = 5$  m/s beim Vorwärtsfahren und  $V = -5$  m/s beim Rückwärtsfahren.

Das `python-control`-Paket stellt Funktionen zum Entwurf sowie zur Analyse linearer Steuerungs- und Regelungssysteme zur Verfügung. In dieser Aufgabe untersuchen Sie die Stabilität des Traktor-Anhänger Systems.

1. Betrachten Sie zuerst das System beim Vorwärtsfahren. Linearisieren Sie das System zunächst um den Gleichgewichtspunkt  $x_{ss} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $u_{ss} = [0]$ . Berechnen Sie die Matrizen  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  des linearisierten Zustandsraummodells.
2. Erstellen Sie nun mithilfe des `python-control`-Pakets das Zustandsraummodell. Nutzen Sie hierzu den Befehl `ss(...)`.
3. Überprüfen Sie das erhaltene System auf Stabilität.  
*Hinweis: Berechnen Sie zunächst die Polstellen des Systems. (`poles(...)`).*
4. Wiederholen Sie die Schritte (1) - (3) für den rückwärts fahrenden Traktor aus Aufgabe 1.

5. Simulieren Sie über einen Zeitraum von 10 s die linearisierten Systeme für Vorwärts- und Rückwärtsfahrt mithilfe des `python-control`-Pakets. Nutzen Sie den Eingang  $u(t) = 0.3$  rad und verwenden Sie einen Zeitschritt von  $\Delta t = 0.01$  s.  
*Hinweis:* `forced_response(...)`.
6. Plotten Sie die Zustände  $\beta(t)$  und  $\gamma(t)$  der simulierten Systeme. Erscheinen die Ergebnisse sinnvoll?
7. Simulieren Sie nun das nichtlineare System über den gleichen Zeitraum und mit gleichem Steuerungsinput. Nutzen Sie zur Simulation die Funktion `nlsim()`, die bereits von Übungsblatt 3 bekannt ist. `nlsim()` ist keine Python-eigene Funktion und kann auf der Kursseite heruntergeladen werden als Teil des Moduls `toolbox_sr1.py` (siehe Übungsblatt 3). `nlsim()` benötigt außerdem die Funktion `rk()`, die sich im gleichen Modul befindet.  
*Hinweis:* Erstellen Sie zunächst die beiden Funktionen  $f(x, u)$  und  $y(x, u)$ . Erstellen Sie dann ein Skript, in welchem Sie  $x_0$ ,  $\Delta t$  sowie  $u$  definieren und anschließend `nlsim()` aufrufen.
8. Vergleichen Sie die Ergebnisse der linearen Simulation mit den Zuständen aus der nichtlinearen Simulation. Was fällt Ihnen auf?