

Übungsblatt 6: Stabilität

Prof. Dr. Moritz Diehl, Dr. Jochem De Schutter

1. Wie ist die Ruhelage eines Systems $\dot{x} = f(x, u)$ definiert? (0,5 P.)
2. Wie viele Ruhelagen kann ein LTI-System maximal besitzen?
 - (a) Inwiefern ist diese Zahl abhängig von der Systemmatrix A ? Nehmen sie an, dass $u_{ss} = 0$. (0,5 P.)
 - (b) Inwiefern ist diese Zahl abhängig von der Eingangsmatrix B ? Nehmen sie an, dass $u_{ss} \neq 0$. (*0,5 P.)
3. Beweisen Sie die Stabilität, Instabilität oder Grenzstabilität nach Lyapunov der folgenden Systeme in der Gleichgewichtslage $x_{ss} = 0$. (6 P.)

TIPP: Für jeden Eigenvektor v_i und den zugehörigen Eigenwert λ_i gilt: $A \cdot v_i = \lambda_i \cdot v_i$.

- (a) $\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1.0025 \\ -1 & -0.1 \end{bmatrix} x(t)$
- (b) $\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} x(t)$
- (c) $\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t)$
- (d) $\dot{x}(t) = x(t) - x(t)^3$
- (e) $\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -5 \\ 0 & -5 & -2 \\ 2 & 0 & -5 \end{bmatrix} x(t)$
- (f) $2y(t) = \dot{y}(t) + 5\ddot{y}(t) + 2\ddot{\ddot{y}}(t)$

4. Gegeben ist das aus dem Skript (Seite 29f) bekannte Drehpendel, ohne Eingangsgröße, mit folgender Systemgleichung:

$$\dot{x}(t) = f(x, u) = \begin{bmatrix} x_2(t) \\ -\frac{mgL}{I} \sin(x_1(t)) - \frac{c}{I} x_2(t) \end{bmatrix}$$

mit den positiven reellen Konstanten m, g, L, c und I .

Die Ruhelagen des Systems sind

$$x_{ss1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ und } x_{ss2} = \begin{bmatrix} \pi \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Linearisieren Sie das System in den beiden Ruhelagen und überprüfen Sie die Zustandsstabilität in diesen Punkten. Begründen Sie Ihre Aussagen. (3 P.)