

## Übungsblatt 6: Stabilität

Prof. Dr. Moritz Diehl, Jochem De Schutter

---

1. Wie ist die Ruhelage eines Systems  $\dot{x} = f(x, u)$  definiert? (0,5 P.)
2. Wie viele Ruhelagen kann ein LTI-System maximal besitzen?
  - (a) Inwiefern ist diese Zahl abhängig von der Systemmatrix  $A$ ? Nehmen sie an, dass  $u_{ss} = 0$ . (0,5 P.)
  - (b) Inwiefern ist diese Zahl abhängig von der Eingangsmatrix  $B$ ? Nehmen sie an, dass  $u_{ss} \neq 0$ . (\*0,5 P.)
3. Beweisen Sie die Stabilität, Instabilität oder Grenzstabilität nach Lyapunov der folgenden Systeme in der Gleichgewichtslage  $x_{ss} = 0$ . (6 P.)

TIPP: Für jeden Eigenvektor  $v_i$  und den zugehörigen Eigenwert  $\lambda_i$  gilt:  $A \cdot v_i = \lambda_i \cdot v_i$ .

(a)  $\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1.0025 \\ -1 & -0.1 \end{bmatrix} x(t)$

(b)  $\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} x(t)$

(c)  $\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t)$

(d)  $\dot{x}(t) = x(t) - x(t)^3$

(e)  $\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -5 \\ 0 & -5 & -2 \\ 2 & 0 & -5 \end{bmatrix} x(t)$

(f)  $2y(t) = \dot{y}(t) + 5\ddot{y}(t) + 2\dddot{y}(t)$

4. Gegeben ist das aus dem Skript (Seite 29f) bekannte Drehpendel, ohne Eingangsgröße, mit folgender Systemgleichung:

$$\dot{x}(t) = f(x, u) = \begin{bmatrix} x_2(t) \\ -\frac{mgL}{I} \sin(x_1(t)) \end{bmatrix}$$

mit den positiven reellen Konstanten  $m, g, L$  und  $I$ .

Die Ruhelagen des Systems sind

$$x_{ss1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ und } x_{ss2} = \begin{bmatrix} \pi \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Linearisieren Sie das System in den beiden Ruhelagen und überprüfen Sie die Zustandsstabilität in diesen Punkten. Begründen Sie Ihre Aussagen. (3 P.)