Anhang A

Thermische Systeme

Die Gebäudeautomation befasst sich mit der Regelung und Steuerung zum Erreichen und Aufrechterhalten eines guten Raumklimas[1]. Dies beinhaltet neben einer angenehmen Raumtemperatur auch das *air conditioning*, das einen guten CO_2-Gehalt und eine nicht zu hohe Feuchtigkeit einschließt. Als wichtiges Anwendungsbeispiel wollen wir auf die Heizungsregelung eingehen. Die Heizungsregelung stellt sicher, dass ein Wärmeerzeuger immer genug Wärme bereitstellt, um alle angebundenen Räume ausreichend zu beheizen. Damit das funktioniert, passt sie die Systemtemperaturen automatisch an äußere und innere Einflüsse an. Daneben ist es natürlich wichtig, dass die Heizung so energieeffizient wie möglich geregelt wird.
Doch wie regelt oder steuert man eine Heizung? Dazu schauen wir uns als erstes einen gängigen Radiatorheizkörper mit Thermostatventil in Abbildung A.1 an.

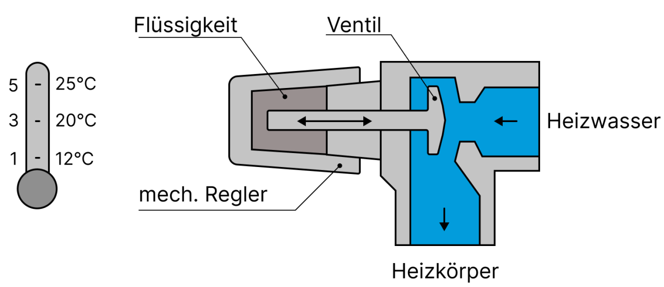

Abbildung A.1: Thermostat und Sollwertvorgabe

Bei dem Thermostat handelt es sich um einen mechanischen Geräte-Regler, der durch temperaturabhängige Ausbreitung einer Flüssigkeit im Thermostatkopf kontinuierlich auf Änderungen der Umgebung reagiert und so die Raum-Isttemperatur mir der eingestellten Solltemperatur vergleicht. Der Regelkreis hat dann das folgende Blockschaltbild.

[1] Dieses Kapitel wurde von Dr. Lilli Frison erstellt.

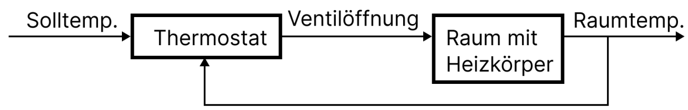

Abbildung A.2: Regelkreis für die Raumtemperatur

Neue Heizungssysteme oder auch Flächenheizkörper wie Fußbodenheizungen verwenden dagegen einen Software-Regler, der mit einem Temperaturfühler ausgestattet ist.

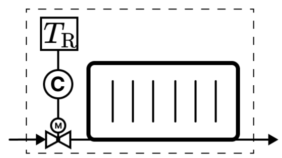

Abbildung A.3: Regelung der Raumtemperatur mit Software-Regler

Eine andere Art, eine Heizung zu steuern ist die witterungsgeführte Heizungssteuerung oder Heizkurven-Steuerung. Die Idee dahinter ist, dass bei niedrigen Umgebungstemperaturen mehr Energie vom Gebäude benötigt wird, um eine angenehme Raumtemperatur sicherzustellen. Deswegen wird die Temperatur des Heizungswassers erhöht wenn die Umgebungstemperatur niedriger ist und gesenkt wenn die Umgebungstemperatur höher ist. Damit soll sichergestellt werden, dass die Heizung einerseits immer genügend Wärme abgibt, aber auch nicht zu viel, falls dies nicht notwendig ist, damit keine Energie verschwendet wird. Eingestellt wird die Steuerung über eine sogenannte Heizkurve (auch Heizkennlinie), die die Abbhängigkeit der Heiztemperatur von der Umgebungstemperatur beschreibt, siehe Abbildung A.4. In der Gebäudeautomationspraxis wird hier oft fäschlicherweise der Begriff witterungsgeführte Heizungsregelung oder Heizkurven-Regelung verwendet, obwohl es hier keine Rückkopplung zwischen Regelgröße und Stellgröße gibt. Da es keine Rückkopplung zwischen Umge-

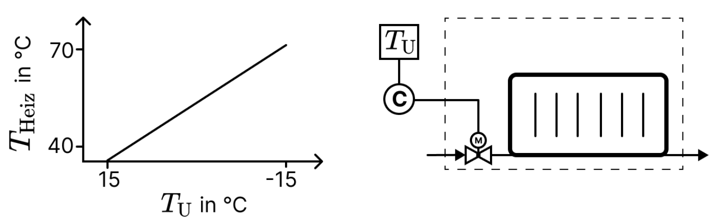

Abbildung A.4: Steuerung der Raumtemperatur mit Heizkurve bungstemperatur und eingestellter Heizleistung gibt, handelt es sich hier wirklich nur um eine Steuerung. Wenn die Heizkurve für ein bestimmtes Gebäude richtig eingestellt ist, kann sie den Gebäudeheizbetrieb sehr gut steuern. Probleme bei der Steuerung können allerdings in Form von Störungen auftreten, die ohne Rückkopplung nicht ausgeglichen werden können. Solche Störungen können kurzfristiger Natur sein, z. B. Bewohnerverhalten (öffnen des Fensters), oder langfristiger Natur, z. B. eine Alterung des Gebäudes, durch die mehr Energie verbraucht wird, oder eine Renovierung, durch die sich die Gebäudedämmfähigkeit verbessert und weniger Energie verbraucht wird. Nur eine gut eingestellte Regelung ist in der Lage, auch bei Störungen einem vorgegebenen Sollwert zu folgen.

Gebäudemodell

Wir wollen ein mathematisches Modell eines Gebäudes erstellen, um das thermische Verhalten des Gebäudes in Abhängigkeit der Wärmeverluste und der Wärmegewinne durch den Heizbetrieb abzubilden. Dazu verwenden wir Energiebilanzgleichungen. Die Energieänderung im Gebäude ergibt sich durch die Summe der eingehenden Energieflüsse und, mit negativen Vorzeichen, ausgehenden Energieflüsse aus dem Gebäude heraus. Wie in Abbildung A.5 dargestellt, ist der eingehende Energiefluss durch den Wärmefluss durch den Heizbetrieb gegeben und der ausgehende Wärmefluss durch die Wärmeverluste durch die Wände und Fenster, also durch die gesamte Gebäudehülle. Vereinfachend nehmen wir an, dass es keine solaren Wärmegewinne (durch Sonneneinstrahlung) und internen Wärmegewinne (durch Bewohnerverhalten und elektrische Geräte) gibt. Die Modellgleichung kann wie folgt formuliert werden.

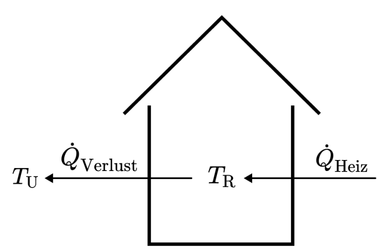

Abbildung A.5: Schema des Gebäudemodells erster Ordnung

$$\frac{\mathrm{d}T_R}{\mathrm{d}t} \cdot C_G = \dot{Q}_{Heiz} - \dot{Q}_{Verlust} \tag{A.1}$$

Die Energieänderung ergibt sich als zeitliche Änderung der Raumtemperatur T_R multipliert mit der thermischen Kapazität des Gebäudes C_G. Die thermische Kapazität $C = C_G$ (in J/K = Ws/K) sagt aus, wie viel Wärme die Gebäudehülle pro Temperaturänderung von 1 K speichern kann. Die Wärmeverluste sind proportional zur Temperaturdifferenz zwischen Raum- und Umgebungstemperatur T_U:

$$\dot{Q}_{Verlust} = U \cdot (T_R - T_U) \tag{A.2}$$

elektrischer Schaltkreis	thermisches Netzwerk
C [F]: el. Kapazität	C [J/K]: therm. Kapazität
ΔU [V]: Spannungsdifferenz	ΔT [K]: Temperaturunterschied
R [Ω]: el. Widerstand	R [K/W]: therm. Widerstand
I [A]: el. Strom	$\dot{Q}$ [W = J/s]: Wärmestrom
el. Stromquelle	Wärmestrom vom Wärmeerzeuger

Tabelle A.1: Systemtheoretische Analogie zwischen einem thermischen Netzwerk und einem elektrischen Schaltkreis.

Der U-Wert (in W/K) beschreibt die Wärmedurchlässigkeit des Gebäudes und ergibt sich also durch den Wärmefluss, der bei einem Temperaturunterschied von 1 K durch die Gebäudehülle hindurch geht. Der U-Wert der gesamten Gebäudehülle ergibt sich durch die spezifischen U-Werte aller Bauteile multipliziert mit ihrer jeweiligen Fäche, z. B. Fenster und Wände (zusammengesetzt aus verschiedenen Bauteilschichten). Spezifische U-Werte (bezogen auf die Bauteil-Fläche) werden in W/(m^{2}K) angegeben und nehmen z. B. für Fenster üblicherweise Werte zwischen 0,7 (Tripel-Wärmedämmschutz-Verglasung) und 5 (Einfachverglasung) an. Je kleiner der Wert ist, desto besser ist die Dämmung.
Die ausformulierte Modellgleichung hat die Form

$$\frac{\mathrm{d}T_\mathrm{R}}{\mathrm{d}t} = -\frac{U}{C} \cdot T_\mathrm{R} + \frac{U}{C} \cdot T_\mathrm{U} + \frac{1}{C} \cdot \dot{Q}_\mathrm{Heiz} \tag{A.3}$$

Man kann den U-Wert auch durch den thermische Widerstand $R = 1/U$ (in K/W) ersetzen, der einfach der Kehrwert des U-Wertes ist. Dann sieht die Modellgleichung folgendermaßen aus.

$$\frac{\mathrm{d}T_\mathrm{R}}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{RC} \cdot T_\mathrm{R} + \frac{1}{RC} \cdot T_\mathrm{U} + \frac{1}{C} \cdot \dot{Q}_\mathrm{Heiz} \tag{A.4}$$

Mit dieser neuen Form können wir eine Analogie zu einer elektrischen RC-Schaltung aus Kondensator und elektrischen Widerstand herstellen. Die elektrische Kapazität des Kondensators wird durch die thermische Kapazität ersetzt und der elektrische Widerstand durch den thermischen Widerstand. Die Temperaturunterschiede stellen die Spannungsdifferenzen dar und die Wärmeflüsse die elektrischen Ströme.

Unser einfaches thermisches Modell kann so durch eine RC-Schaltung erster Ordnung (abgekürzt 1R1C) wie in Abbildung A.6 abgebildet werden.

Diese Art der Modellierung ist in der Gebäudeenergietechnik verbreitet und insbesondere sinnvoll, wenn wir das Modell verfeinern wollen, so dass beispielsweise auch der Wärmedurchgang durch die verschiedenen Wandschichten betrachtet wird. Ein solches verfeinertes RC-Modell dritter Ordnung mit zusätzlichen Knoten für die innere und äußere Oberflächentemperaturen ($T_\mathrm{w,i}$ und $T_\mathrm{w,a}$) der Gebäudehüll ist in Abbildung A.7 gegeben.

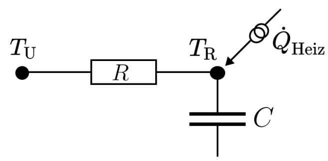

Abbildung A.6: Thermisches RC-Netzwerk erster Ordnung (1R1C) des Gebäudemodells

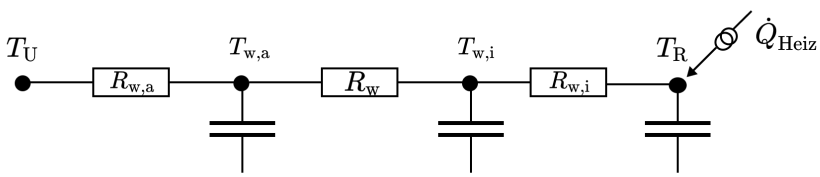

Abbildung A.7: Thermisches RC-Netzwerk des Gebäudemodells dritter Ordnung (3R3C)

Dynamisches Verhalten des Gebäudemodells

Wir wollen nun dazu übergehen das dynamische Verhalten des Gebäudemodells zu analysieren. Dazu treffen wir vorerst die vereinfachenden Annahmen, dass die initiale Raumtemperatur 20 °C entspricht, die Umgebungstemperatur konstant 0 ° C ist und die Heizung ausgefallen ist, also kein Heizstrom vorherrscht. Die Annahmen lauten also

- $\dot{Q}_{\mathrm{Heiz}}$ = 0: kein Wärmestrom vom Wärmeerzeuger
- $T_{\mathrm{R},0}$ = 20 °C: initiale Raumtemperatur
- T_{U} = 0 °C : konstante Umgebungstemperatur

Um herauszufinden, wie sich die Raumtemperatur T_{R} mit der Zeit verändert, müssen wir die Differentialgleichung (A.4) lösen. Mit der Vereinfachung hat diese nun die Form

$$\frac{\mathrm{d}T_{\mathrm{R}}}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{RC} \cdot T_{\mathrm{R}} + \frac{1}{RC} \cdot T_{\mathrm{U}} \tag{A.5}$$

und entspricht einer linearen zeitinvarianten Differentialgleichung mit Zustandsvariablen $x(t) = T_{\mathrm{R}}(t)$ und externen vorgegebenen Einflüssen $u(t) = T_{\mathrm{U}}(t)$.

Bemerkung: Wird die externe Einflussvariable $T_\mathrm{U}(t)$ nicht als eine Art Steuerungsvariable $u(t)$ definiert, dann kann diese Gleichung auch als eine zeitvariante Differentialgleichung aufgefasst werden, in der sich die Modellgleichung mit der Zeit durch ein veränderliches $T_\mathrm{U}(t)$ verändert.

Um die Lösungsformel für zeitinvariante, lineare Differentialgleichungen anwenden zu können bleiben wir bei der ersten Form. Die eindeutige Lösung für eine zeitinvariante, lineare Differentialgleichung (mit $x \in \mathbb{R}$),

$$\dot{x}(t) = ax(t) + bu(t) \tag{A.6}$$

mit Anfangswert $x(0) = x_0$ lautet

$$\begin{aligned} x(t) &= e^{at}x_0 + \int_0^t \underbrace{e^{a(t-\tau)}}_{e^{at}\,-\,e^{a\tau}} \cdot b \underbrace{u(\tau)}_{u_\mathrm{konst}} d\tau \\ &= e^{at}x_0 + b \cdot e^{at} \cdot u_\mathrm{konst} \underbrace{\int_0^t e^{-a\tau} d\tau}_{-\frac{1}{a}e^{-a\tau}|_0^t = -\frac{1}{a}e^{-at}+\frac{1}{a}\cdot 1} \\ &= e^{at}x_0 + \frac{b}{a} \cdot u_\mathrm{konst}(e^{at} - 1). \end{aligned} \tag{A.7}$$

Dabei haben wir angenommen, dass $u(t) = u_\mathrm{konst}$ konstant ist über $[0, t_\mathrm{e}]$. Eingesetzt in unsere ursprüngliche Gleichung (mit $a = -\frac{1}{RC}$ und $b = \frac{1}{RC}$) bekommen wir für die Raumtemperatur die Lösungstrajektorie

$$\begin{aligned} T_\mathrm{R} = e^{-\frac{1}{RC}t} \cdot T_{\mathrm{R},0} + \frac{1}{RC} \cdot e^{-\frac{1}{RC}t} \cdot T_{\mathrm{U}_\mathrm{konst}}[RC \cdot e^{+\frac{1}{RC}t} - RC] \\ = e^{-\frac{1}{RC}t} \cdot T_{\mathrm{R},0} + T_{\mathrm{U}_\mathrm{konst}}[1 - e^{-\frac{1}{RC}t}]. \end{aligned} \tag{A.8}$$

Mit $T_{\mathrm{U}_\mathrm{konst}} = 0$ °C und Anfangswert $T_{\mathrm{R},0} = 20$ °C erhalten wir

$$T_\mathrm{R}(t) = e^{-\frac{1}{RC}t} \cdot 20\ °\mathrm{C}. \tag{A.9}$$

Nach einer Zeit von $t = RC = T$ ist die Raumtemperatur von 20 °C auf ca. 7 °C abgekühlt:

$$T_\mathrm{R}(T) = e^{-1} \cdot 20\ °\mathrm{C} \approx \frac{1}{2,7} \cdot 20\ °\mathrm{C} \approx 7\ °\mathrm{C}.$$

Falls dagegen eine Umgebungstemperatur von $T_U = 5$ °C vorherrscht, fällt die Raumtemperatur nach einer Zeit von T höher aus:

$$T_\mathrm{R}(T) = e^{-1} \cdot 20\ °\mathrm{C} + 5\ °\mathrm{C} \cdot (1 - e^{-1}) \approx 10\ °\mathrm{C}.$$

Bei dem Verhalten handelt es sich um ein Verzögerungs-Glied 1. Ordnung, auch PT1-Glied genannt. Die Raumtemperatur reagiert wegen der thermische Trägheit des Gebäudes mit einem verzögerten Temperaturabfall auf einen Ausfall der Heizung. Der Term $T = RC$ wird dabei Zeitkonstante des Systems genannt. Mit Hilfe der Zeitkonstante lässt sich das thermische Verhalten unseres einfachen Gebäudemodells klassifizieren, d. h., jedes Gebäude hat eine spezifische Zeitkonstante. Ein energieeffizienter

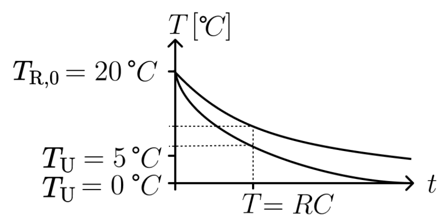

Abbildung A.8: Zeitliches Verhalten der Gebäudeabkühlung bei Heizungsausfall für $T_\mathrm{U} = 0$ °C und $T_\mathrm{U} = 5$ °C

Neubau kann z. B. eine lange Zeitkonstante von $T = 3$ Tagen haben, wohingegen ein älteres Bestandsgebäude mit dünnen Wänden und Fenstern nur eine Zeitkonstante von $T = 0,5$ Tagen hat.

Die nächste Frage, die uns interessiert, ist wieviel Wärme dem Gebäude zugeführt werden muss, um eine gewünschte Solltemperatur zu halten. Wollen wir z. B. eine Solltemperatur von $T_\mathrm{soll} = 20$ °C halten, wie groß ist dann die Heizleistung $\dot{Q}_\mathrm{Heiz}$? Um diese Frage zu beantworten, suchen wir einen stationären Gleichgewichtszustand, der durch $\frac{\mathrm{d}T_\mathrm{R}}{\mathrm{d}t} = 0$ gekennzeichnet ist. Eingesetzt in die Gleichung (A.1) erhalten wir

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}T_\mathrm{R}}{\mathrm{d}t} \cdot C_\mathrm{G} = 0 = \dot{Q}_\mathrm{Heiz} - \dot{Q}_\mathrm{Verlust} \\ \Leftrightarrow \dot{Q}_\mathrm{Heiz} = \dot{Q}_\mathrm{Verlust} = \frac{1}{R} \cdot (T_\mathrm{R} - T_\mathrm{U}). \end{aligned} \tag{A.10}$$

Damit lässt sich berechnen, wieviel Heizenergie dem Gebäude zugeführt werden muss, um eine konstante Temperatur zu halten, also die Verluste auszugleichen. Betrachten wir ein einfaches Beispiel eines schlecht gedämmten Gebäudes mit den Parametern $R = 2.5\ \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{kW}}$ und $C = 5\ \frac{\mathrm{kWh}}{\mathrm{K}}$. Die Heizleistung, die benötigt wird, um bei einer gegebenen Umgebungstemperatur von $0\ °\mathrm{C}$ die Raumtemperatur auf $20\ °\mathrm{C}$ zu halten, entspricht mit der obigen Formel

$$\dot{Q}_\mathrm{Heiz,stat} = \frac{1}{2.5\ \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{kW}}}(20\ °\mathrm{C} - 0\ °\mathrm{C}) = 8\ \mathrm{kW}.$$

übrigens lässt sich mit den gleichen Methoden wie im vorangehenden Abschnitt auch die Auswirkung einer konstanten Heizleistung auf die Raumtemperatur analysieren. Für das gerade betrachtete Gebäude wird eine konstante Heizleistung von $8\ \mathrm{kW}$ benötigt, um eine kostante Raumtemperatur von 20 °C bei einer Umgebungstemperatur von 0 °C zu erreichen (bzw. fast zu erreichen) und zu halten. Die Zeitkonstante für das Gebäude beträgt $T = RC = 12,5$ h. Wenn die Anfangstemperatur vom Gebäude nun $0°C$ entspricht, hat es bei einer konstanten Heizleistung von $\dot{Q}_\mathrm{Heiz,stat} = 8\ \mathrm{kW}$ nach $T = RC = 12,5$ h eine Raumtemperatur von $2.5\ \mathrm{K/kW} \cdot 8\ \mathrm{kW} \cdot (1 - e^{-1}) \approx 14$ °C erreicht. Die Rechnung ist analog zur vorhergehenden Rechnung.

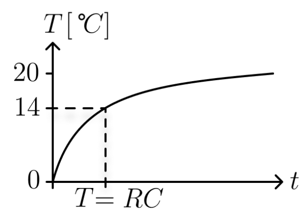

Abbildung A.9: Sprungantwort für Aufheizvorgang Beispielgebäude

Erweiterung des Modells

Jedes Modell ist immer nur eine Vereinfachung der Wirklichkeit und es gibt immer Phänomene, die nicht vom Modell erfasst werden. Wichtig ist deswegen bei der Modellbildung, dass genau das Verhalten modelliert wird, das analysiert werden soll. In unserem Fall wollten wir das thermische Verhalten eines Gebäudes in Abhängigkeit der Wärmeverluste an die kältere Umgebung und der Wärmegewinne durch den Heizbetrieb abbilden. Als Vereinfachung hatten wir nur einen Raum betrachtet und den Wärmeerzeuger nicht näher abgebildet. Eine reale Regelung des gesamten Gebäudeheizbetriebs muss zum einen die Raumtemperatur in mehreren Räumen regeln und zum anderen auch den Wärmeerzeuger. Eine solche Regelung, wie in Abbildung A.10 gezeigt, arbeitet in mehreren Ebenen:
1. Ebene: Thermostatregelung um Raumsolltemperatur zu erreichen und halten.
2. Ebene: Regelung der Wärmepumpe an/aus basierend auf Rückfluss des Heizsystems.
3. Ebene: Wärmepumpen-Steuerung für einen energieeffizienten Betrieb (dazu wird die Heiztemperatur so niedrig wie möglich eingestellt).

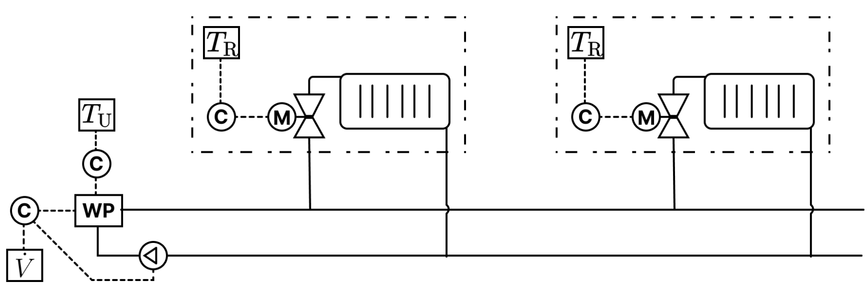

Abbildung A.10: Regelung mit einem Thermostatventil pro Raum und witterungsgeführter Vorlauftemperatur der Wärmepumpe

Wir können nun von dem kompletten Gebäude sogar dazu übergehen, sogenannte Energieverbundsysteme, die eine große Anzahl von Verbrauchern mit Strom, Gas und Wärme versorgen, zu betrachten. Als Beispiel sei ein Fernwärmenetz bestehend aus mehreren Wärmeverbrauchern (z. B. Gebäude oder Quartiere bestehend aus mehreren Gebäuden) und einem oder mehreren Wärmeerzeugern in Abbildung A.11 gegeben. Falls nur ein Wärmeerzeuger existiert, ist die Regelung des Gesamtsystems ähnlich zu der gerade vorgestellten Gebäuderegelung mit mehreren Ebenen, wobei jedes Gebäude selbstständig seinen Wärmezufluss regelt und der Wärmeerzeuger den Heizbetrieb an den gesamten Wärmeverbrauch im Wärmenetz anpasst. Bei mehreren Erzeugern ist dies natürlich komplizierter und muss durch eine übergeordnete Erzeugereinsatzfahrplan-Regelung geschehen.

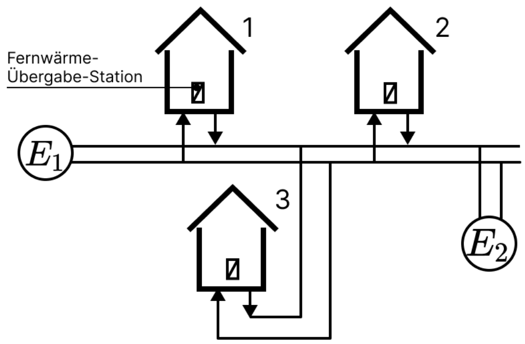

Abbildung A.11: Wärmeverbundnetz