

Übungsgruppe: 1 Tutor*in 1

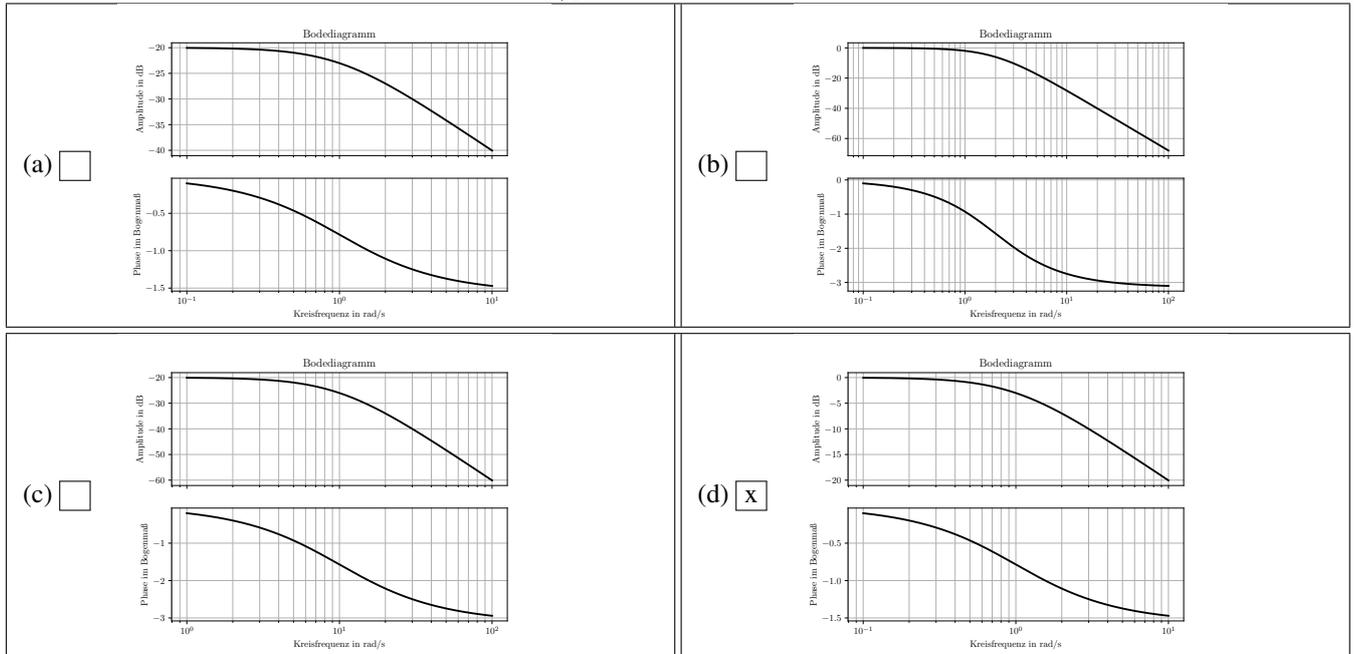
2 Tutor*in 2

3 Tutor*in 3

Name: _____ Matrikelnummer: _____ Punkte: / 9

Füllen Sie bitte Ihre Daten ein und machen Sie jeweils genau ein Kreuz bei der richtigen Antwort. Sie dürfen Extrapapier für Zwischenrechnungen nutzen, aber bitte geben Sie am Ende nur dieses Blatt ab. Richtige Antworten zählen 1 Punkt, falsche, keine oder mehrere Kreuze 0 Punkte.

1. Betrachten Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{1}{s+1}$, welches Bode-Diagramm entspricht ihr?



Polüberschuss = 1: Gesamtphasendrehung = -90°
 Statische Verstärkung = 1: Nähert sich 0 dB für kleine ω
 \Rightarrow Plot d)

2. Wie lautet die Laplace-Transformierte $F(s)$ von $f(t) = e^{\frac{t}{2}}$.

- | | | | |
|---|--|---|---|
| (a) <input type="checkbox"/> $\frac{1}{2s-1}$ | (b) <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{2}{2s-1}$ | (c) <input type="checkbox"/> $\frac{2}{1-2s}$ | (d) <input type="checkbox"/> $\frac{2}{2s-2}$ |
|---|--|---|---|

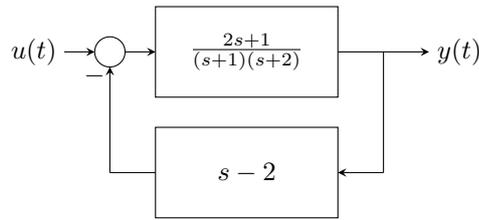
$$\begin{aligned}
 F(s) &= \int_0^\infty e^{\frac{t}{2}} e^{-st} dt = \int_0^\infty e^{(\frac{1}{2}-s)t} dt \\
 &= \left[\frac{e^{-(s-\frac{1}{2})t}}{\frac{1}{2}-s} \right]_0^\infty = 0 - \frac{1}{\frac{1}{2}-s} = \frac{2}{2s-1}
 \end{aligned}$$

3. Ein LTI-System wird durch die Zustandsgleichung $\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx + Du$ beschrieben, mit $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [2 \ 1], D = [0]$. Welcher Übertragungsfunktion $G(s)$ entspricht es?

- | | | | |
|--|---|---|---|
| (a) <input type="checkbox"/> $\frac{3s^2+3s+3}{s-5}$ | (b) <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{3+3s}{s^2-2s-3}$ | (c) <input type="checkbox"/> $\frac{3+3s}{s-5}$ | (d) <input type="checkbox"/> $\frac{3s^2+3s+3}{s^2-2s-3}$ |
|--|---|---|---|

$$\begin{aligned}
 G(s) &= C(sI - A)^{-1}B + D \\
 &= [2 \ 1] \begin{bmatrix} s-1 & -2 \\ -2 & s-1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + 0 \\
 &= [2 \ 1] \frac{1}{(s-1)^2 - 4} \begin{bmatrix} s-1 & 2 \\ 2 & s-1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\
 &= \frac{2s-2+2+4+s-1}{(s-1)^2 - 4} \\
 &= \frac{3+3s}{s^2-2s-3}
 \end{aligned}$$

4. Betrachten Sie das durch das folgende Blockschaltbild repräsentierte System.

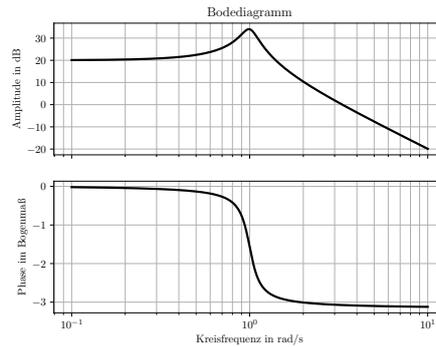


Welcher Übertragungsfunktion $G(s)$ entspricht es?

- | | | | |
|--|--|---|---|
| (a) <input type="checkbox"/> $-\frac{(s-2)(2s+1)}{(s+1)(s+2)}$ | (b) <input type="checkbox"/> $\frac{2s+1}{(s+1)(s+2)} - (s-2)$ | (c) <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{2s+1}{3s^2}$ | (d) <input type="checkbox"/> $\frac{2s+1}{3s^2+7s+4}$ |
|--|--|---|---|

$$\begin{aligned}
 Y &= \frac{2s+1}{(s+1)(s+2)} \cdot (U - (s-2)Y) \\
 Y &= \frac{2s+1}{(s+1)(s+2)} U - \frac{(2s+1)(s-2)}{(s+1)(s+2)} Y \\
 Y \left(1 + \frac{(2s+1)(s-2)}{(s+1)(s+2)} \right) &= \frac{2s+1}{(s+1)(s+2)} U \\
 G(s) &= \frac{\frac{2s+1}{(s+1)(s+2)}}{1 + \frac{(2s+1)(s-2)}{(s+1)(s+2)}} \\
 &= \frac{2s+1}{(s+1)(s+2) + (2s+1)(s-2)} = \frac{2s+1}{s^2 + s + 2s + 2 + 2s^2 + s - 4s - 2} = \frac{2s+1}{3s^2}
 \end{aligned}$$

5. Betrachten Sie das folgende Bodediagramm.



Welcher Übertragungsfunktion entspricht es?

- | | | | |
|---|--|--|--|
| (a) <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{10}{s^2+0.2s+1}$ | (b) <input type="checkbox"/> $\frac{1}{s^2+0.2s+10}$ | (c) <input type="checkbox"/> $\frac{10}{0.2s+1}$ | (d) <input type="checkbox"/> $\frac{s^2+0.2s+10}{1}$ |
|---|--|--|--|

Gesamtphasendrehung -180° : Polüberschuss = 2

Nähert sich $+20$ dB für kleine ω : Statische Verstärkung = 10

Verstärkung geht gegen $-\infty$ für große ω

$$\Rightarrow G(s) = \frac{10}{s^2+0.2s+1}$$

6. Ein LTI-System wird durch die E/A-Differentialgleichung $7\ddot{y} + 4\dot{y} + 3y = 6\ddot{u} + 27u$ beschrieben. Der statische Verstärkungsfaktor ist

- | | | | |
|---|---|--|-----------------------------------|
| (a) <input checked="" type="checkbox"/> 9 | (b) <input type="checkbox"/> $\frac{3}{27}$ | (c) <input type="checkbox"/> $-\frac{3}{27}$ | (d) <input type="checkbox"/> -4 |
|---|---|--|-----------------------------------|

$$\begin{aligned}
 G(s) &= \frac{6s^2 + 27}{7s^3 + 4s + 3} \\
 G(0) &= \frac{27}{3} = 9
 \end{aligned}$$

7. Ein LTI-System wird durch die E/A-Differentialgleichung $3\ddot{y} + 6\dot{y} - 6y = 15\ddot{u} + 3u$ beschrieben. Welcher Übertragungsfunktion $G(s)$ entspricht es?

(a) <input type="checkbox"/> $\frac{s^3+2s-2s}{3s^2+s}$	(b) <input type="checkbox"/> $\frac{3s^2+s}{s^3+2s-2s}$	(c) <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{5s^2+1}{s^3+2s-2}$	(d) <input type="checkbox"/> $\frac{s^3+2s-2}{5s^2+1}$
---	---	---	--

Laplace-Transformation:

$$3s^3Y + 6sY - 6Y = 15s^2U + 3U$$

$$s^3Y + 2sY - 2Y = 5s^2U + U$$

$$(s^3 + 2s - 2)Y = (5s^2 + 1)U$$

$$G(s) = \frac{Y}{U} = \frac{5s^2 + 1}{s^3 + 2s - 2}$$

8. Welches System wird durch die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{2s^2+7}{s^2-3s}$ beschrieben?

(a) <input checked="" type="checkbox"/> $\ddot{y} - 3\dot{y} = 2\ddot{u} + 7u$	(b) <input type="checkbox"/> $\ddot{u} - 3\dot{u} = 2\ddot{y} + 7y$
(c) <input type="checkbox"/> $\dot{y} - 3y = 2\dot{u} + 7$	(d) <input type="checkbox"/> $\dot{u} - 3u = 2\dot{y} + 7$

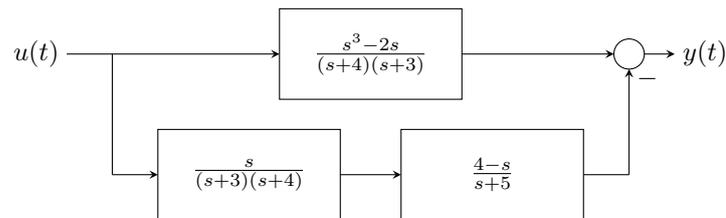
$$\frac{Y}{U} = \frac{2s^2 + 7}{s^2 - 3s}$$

$$Y(s^2 - 3s) = U(2s^2 + 7)$$

$$s^2Y - 3sY = 2s^2U + 7U$$

$$\ddot{y} - 3\dot{y} = 2\ddot{u} + 7u$$

9. Betrachten Sie das durch das folgende Blockschaltbild repräsentierte System.



Welcher Übertragungsfunktion $G(s)$ entspricht es?

(a) <input type="checkbox"/> $\frac{s^4+3s^3-2s^2}{(s+3)(s+4)(s+5)}$	(b) <input type="checkbox"/> $\frac{(s^3-2s)(s+5)}{(s+3)(s+4)}$	(c) <input type="checkbox"/> $\frac{s^4+5s^3-3s^2-6s}{(s+3)(s+4)(s+5)}$	(d) <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{s^4+5s^3-s^2-14s}{(s+3)(s+4)(s+5)}$
--	---	---	--

$$Y = \frac{s^3 - 2s}{(s+4)(s+3)}U - \frac{s}{(s+3)(s+4)} \frac{4-s}{s+5}U$$

$$Y = \frac{(s^3 - 2s)(s+5) - 4s + s^2}{(s+3)(s+4)(s+5)}U$$

$$G(s) = \frac{s^4 + 5s^3 - s^2 - 14s}{(s+3)(s+4)(s+5)}$$