

Name: \_\_\_\_\_ Matrikelnummer: \_\_\_\_\_ Punkte:  / 9

Füllen Sie bitte Ihre Daten ein und machen Sie jeweils genau ein Kreuz bei der richtigen Antwort. Sie dürfen Extrapapier für Zwischenrechnungen nutzen, aber bitte geben Sie am Ende nur dieses Blatt ab. Richtige Antworten zählen 1 Punkt, falsche -1/3 Punkt, keine oder mehrere Kreuze 0 Punkte.

1. Ein hängendes Pendel, auf das eine äußere Kraft wirkt, wird durch die linearisierte DGL  $I\ddot{\theta} = -mgL\theta - c\dot{\theta}L + FL$  beschrieben. Nehmen Sie  $x = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$  als Zustand und  $u = F$  als Eingang. Bringen Sie das System in die Form  $\dot{x} = Ax + Bu$ . Geben Sie  $A$  und  $B$  an.

(a) <input type="checkbox"/> $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -mgL/I & -cL/I \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ L/I \end{bmatrix}$	(b) <input type="checkbox"/> $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -mgL & -cL \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ L \end{bmatrix}$
(c) <input type="checkbox"/> $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ mgL/I & cL/I \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ L/I \end{bmatrix}$	(d) <input type="checkbox"/> $A = \begin{bmatrix} mgL/I & cL/I \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} L \\ 0 \end{bmatrix}$

2. Welche Lösung  $x(t)$  hat die Differentialgleichung  $\dot{x}(t) = -2u(t) + x(t)$  mit dem Anfangswert  $x(0) = 2$ ?

(a) <input type="checkbox"/> $2e^t$	(b) <input type="checkbox"/> $-2u(t) + \int_0^t x(\tau)d\tau$
(c) <input type="checkbox"/> $2e^t - 2e^t \int_0^t e^\tau u(\tau)d\tau$	(d) <input type="checkbox"/> $2e^t - 2e^t \int_0^t e^{-\tau} u(\tau)d\tau$

3. Ein Quadcopter der Masse  $m$  hat vier Propeller, die beim senkrechten Flug alle mit der Geschwindigkeit  $u$  rotieren und damit eine senkrechte Kraft  $4k_p u^2$  erzeugen. Zusätzlich wirken die Gewichtskraft und die Luftreibung der Bewegung entgegen. Die Bewegungsgleichung des Quadcopters ist gegeben durch  $m\dot{v} = -k_r v^2 - mg + 4k_p u^2$ . Welche Geschwindigkeit  $v_{ss}$  stellt sich ein, wenn der Quadcopter mit konstantem Eingang  $u_{ss}$  betrieben wird?

(a) <input type="checkbox"/> $-mg + 4k_p u_{ss}^2$	(b) <input type="checkbox"/> $\sqrt{\frac{-mg + 4k_p u_{ss}^2}{k_r}}$	(c) <input type="checkbox"/> $\sqrt{\frac{mg - 4k_p u_{ss}^2}{k_r}}$	(d) <input type="checkbox"/> $\frac{-mg + 4k_p u_{ss}^2}{k_r}$
--	---	--	--

4. Multiplizieren Sie  $a = -4 - 2j$  mit  $b = 1 + j$ . Das Ergebnis ist gegeben durch:

(a) <input type="checkbox"/> $-4 - 2j$	(b) <input type="checkbox"/> $4 + 2j$
(c) <input type="checkbox"/> $-2 - 6j$	(d) <input type="checkbox"/> $3 + 9j$

5. Dividieren Sie  $a = 3e^{-\pi j}$  durch  $b = 2e^{-3\pi j}$ . Das Ergebnis ist gegeben durch:

(a) <input type="checkbox"/> $\frac{3}{2}e^{-\pi j}$	(b) <input type="checkbox"/> $6e^{-3\pi j}$	(c) <input type="checkbox"/> $\frac{3}{2}e^{2\pi j}$	(d) <input type="checkbox"/> $\frac{2}{3}e^{2\pi j}$
--	---	--	--

6. Wie lautet der Imaginärteil von  $e^{at}/e^{jbt}$ ?

(a) <input type="checkbox"/> $e^{at} \cdot \sin(bt)$	(b) <input type="checkbox"/> $e^{jbt}$	(c) <input type="checkbox"/> $e^{bt} \cdot \sin(at)$	(d) <input type="checkbox"/> $-e^{at} \cdot \sin(bt)$
--	--	--	---

7. Multiplizieren Sie die beiden Matrizen  $A_1$  und  $A_2$  mit  $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$  und  $A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

(a) <input type="checkbox"/> $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$	(b) <input type="checkbox"/> $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	(c) <input type="checkbox"/> $\begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$	(d) <input type="checkbox"/> $\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -3 & -6 \end{bmatrix}$
--	---	--	---

8. Der Traktor aus der Vorlesung wird durch die beiden Differentialgleichungen  $\dot{x}_1 = V \cos(x_2)$  und  $\dot{x}_2 = \frac{V}{L} \tan(u)$  beschrieben. Hierbei ist  $x_1$  die X-Koordinate und  $x_2$  der Orientierungswinkel des Traktors. Die Y-Koordinate sei in diesem Beispiel nicht von Interesse. Linearisieren Sie das System in der Gleichgewichtslage  $u_{ss} = 0$  und  $x_{ss} = [0 \quad \frac{\pi}{2}]^T$ . Bringen Sie das linearisierte System in die Form  $\dot{x} = Ax + Bu$ , indem Sie  $A$  und  $B$  angeben.

(a) <input type="checkbox"/> $A = \begin{bmatrix} 0 & -V \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ V/L \end{bmatrix}$	(b) <input type="checkbox"/> $A = \begin{bmatrix} V/L & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ V \cos(1) \end{bmatrix}$
(c) <input type="checkbox"/> $A = \begin{bmatrix} V/L & 0 \\ 0 & V \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	(d) <input type="checkbox"/> $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ -V/L \end{bmatrix}$

9. Bestimmen Sie das Produkt  $A \cdot x$  von  $A = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$  und  $x = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ .

(a) <input type="checkbox"/> $\begin{bmatrix} -18 \\ -10 \end{bmatrix}$	(b) <input type="checkbox"/> $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$	(c) <input type="checkbox"/> $\begin{bmatrix} 17 \\ 10 \end{bmatrix}$	(d) <input type="checkbox"/> $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$
---	---	---	---