Vorlesung Systemtheorie und Regelungstechnik I (SR1)
Albert-Ludwigs-Universität Freiburg – Sommersemester 2018

Übungsblatt 6: Stabilität

Prof. Dr. Moritz Diehl, Jochem De Schutter

1. Wie ist die Ruhelage eines Systems $\dot{x} = f(x, u)$ definiert? (0,5 P.)

2. Wie viele Ruhelagen kann ein LTI-System maximal besitzen? (0,5 P.)

3. Beweisen Sie die Stabilität, Instabilität oder Grenzstabilität nach Lyapunov der folgenden Systeme in der Gleichgewichtslage $x_{\text{ss}} = 0$. (6 P.)
   TIPP: Für jeden Eigenvektor v_i und den zugehörigen Eigenwert λ_i gilt: $A \cdot v_i = \lambda_i \cdot v_i$.

   (a) $\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1.0025 \\ -1 & -0.1 \end{bmatrix} x(t)$

   (b) $\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} x(t)$

   (c) $\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t)$

   (d) $\dot{x}(t) = x(t) - x(t)^3$

   (e) $\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -5 \\ 0 & -5 & -2 \\ 2 & 0 & -5 \end{bmatrix} x(t)$

   (f) $2y(t) = \dot{y}(t) + 5\ddot{y}(t) + 2\dddot{y}(t)$

4. Gegeben ist das aus dem Skript (Seite 29f) bekannte Drehpendel, ohne Eingangsgröße, mit folgender Systemgleichung:

$$\dot{x}(t) = f(x, u) = \begin{bmatrix} x_2(t) \\ -\frac{mgL}{I} \sin(x_1(t)) \end{bmatrix}$$

   mit den positiven reellen Konstanten m, g, L und I.
   Die Ruhelagen des Systems sind

$$x_{\text{ss1}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ und } x_{\text{ss2}} = \begin{bmatrix} \pi \\ 0 \end{bmatrix}.$$

   Linearisieren Sie das System in den beiden Ruhelagen und überprüfen Sie die Stabilität in diesen Punkten. Begründen Sie Ihre Aussagen. (3 P.)