

# Systemtheorie und Regelungstechnik 1 – Abschlussklausur

Prof. Dr. Moritz Diehl und Jochem De Schutter, IMTEK, Universität Freiburg 16. März 2017, 14:00-16:30,  
Freiburg, Georges-Koehler-Allee 101 Raum 010/14

Seite	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte auf Seite (max)	3	9	10	8	5	7	6	7	7	0	62
Erreichte Punkte											
Zwischensumme											
Zwischensumme (max)	3	12	22	30	35	42	48	55	62	62	

Note:                      Klausur eingesehen am:                      Unterschrift des Prüfers:

Nachname:                      Vorname:                      Matrikelnummer:

Fach:                      Studiengang: Bachelor  Master  Lehramt  Sonstiges                       Unterschrift:

Tragen Sie bitte Ihren Namen und die anderen Angaben oben ein. Geben Sie die Antworten direkt unter den Fragen an oder nutzen Sie bei Bedarf nach Möglichkeit die Rückseite **desselben Blattes** (oder, falls diese bereits voll ist, die leere Seite am Ende) für Ergebnisse, die in die Korrektur einfließen sollen; verweisen Sie zudem direkt bei der Frage im Hauptteil auf die entsprechende Seite. Sie können zudem weiteres weißes Papier für Zwischenrechnungen verwenden, aber bitte geben Sie dieses Extrapapier nicht ab. Als Hilfsmittel ist neben Schreibmaterial und einem Taschenrechner auch ein doppelseitiges Blatt mit Formelsammlung und Notizen erlaubt; einige juristische Hinweise finden sich in einer Fußnote<sup>1</sup>. Machen Sie bei den Multiple-Choice Fragen jeweils genau ein Kreuz bei der richtigen Antwort.

1. Ein System in Eingangs-Ausgangsform ist durch die Darstellung  $y(t) = \int_0^t g(\tau)(u(t - \tau))^2 d\tau$  beschrieben. Ist das System *linear* und/oder *zeitinvariant* ?

(a) <input type="checkbox"/> keines von beiden	(b) <input type="checkbox"/> nur zeitinvariant	1	
(c) <input type="checkbox"/> nur linear	(d) <input type="checkbox"/> linear und zeitinvariant		

2. Ein LTI-System hat die Sprungantwort  $h(t) = \begin{cases} te^{-t} + 1 & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{für } t < 0 \end{cases}$ . Wie lautet die Impulsantwort  $g(t)$  des Systems für  $t \in \mathbb{R}$ ?

(a) <input type="checkbox"/> $\delta(t) + e^{-t} - te^{-t}$	(b) <input type="checkbox"/> $e^{-t} - te^{-t}$	(c) <input type="checkbox"/> $e^{-t}$	(d) <input type="checkbox"/> $\delta(t) + e^{-t}$	1	
---	---	---------------------------------------	---	---	--

3. Welche der folgenden Aussagen trifft auf ein System mit der Impulsantwort  $g(t) = (1 + t)^{-2}$  zu?

(a) <input type="checkbox"/> Das System ist nicht BIBO-stabil.	(b) <input type="checkbox"/> Das System ist zustandsstabil.	1	
(c) <input type="checkbox"/> Das System ist asymptotisch stabil.	(d) <input type="checkbox"/> Das System ist BIBO-stabil.		

<sup>1</sup>PRÜFUNGSUNFÄHIGKEIT: Durch den Antritt dieser Prüfung erklären Sie sich für prüfungsfähig. Sollten Sie sich während der Prüfung nicht prüfungsfähig fühlen, können Sie aus gesundheitlichen Gründen auch während der Prüfung von dieser zurücktreten. Gemäß den Prüfungsordnungen sind Sie verpflichtet, die für den Rücktritt oder das Versäumnis geltend gemachten Gründe unverzüglich (innerhalb von 3 Tagen) dem Prüfungsamts durch ein Attest mit der Angabe der Symptome schriftlich anzuzeigen und glaubhaft zu machen. Weitere Informationen: <https://www.tf.uni-freiburg.de/studium/pruefungen/pruefungsunfaehigkeit.html>.

TÄUSCHUNG/STÖRUNG: Sofern Sie versuchen, während der Prüfung das Ergebnis ihrer Prüfungsleistung durch Täuschung (Abschreiben von Kommilitonen ...) oder Benutzung nicht zugelassener Hilfsmittel (Skript, Buch, Mobiltelefon, ...) zu beeinflussen, wird die betreffende Prüfungsleistung mit "nicht ausreichend" (5,0) und dem Vermerk "Täuschung" bewertet. Als Versuch gilt bei schriftlichen Prüfungen und Studienleistungen bereits der Besitz nicht zugelassener Hilfsmittel während und nach der Ausgabe der Prüfungsaufgaben. Sollten Sie den ordnungsgemäßen Ablauf der Prüfung stören, werden Sie vom Prüfer/Aufsichtsführenden von der Fortsetzung der Prüfung ausgeschlossen. Die Prüfung wird mit "nicht ausreichend" (5,0) mit dem Vermerk „Störung“ bewertet.

4. Die beiden LTI-Systeme  $\dot{y}_1(t) + y_1(t) = u(t)$  und  $\dot{y}_2(t) + \dot{y}_2(t) + y_2(t) = \dot{u}(t)$  werden *parallel* geschaltet und die Ausgänge addiert. Wie lautet die sich ergebende Gesamtübertragungsfunktion  $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$ ?

(a) <input type="checkbox"/> $\frac{2s^2+2s+1}{s^2+s+1}$	(b) <input type="checkbox"/> $\frac{s}{s^2+s+1}$	(c) <input type="checkbox"/> $\frac{2s^2+2s+1}{(s+1)(s^2+s+1)}$	(d) <input type="checkbox"/> $\frac{s}{(s+1)(s^2+s+1)}$	2
--	--	---	---	---

5. Der Bode-Amplitudenplot eines PT2-Gliedes  $G(s) = \frac{1}{1+2Ts+T^2s^2}$  hat für hohe Frequenzen die folgende Steigung (in dB pro Dekade = dB/Dek):

(a) <input type="checkbox"/> -60 dB/Dek	(b) <input type="checkbox"/> -40 dB/Dek	1
(c) <input type="checkbox"/> -20 dB/Dek	(d) <input type="checkbox"/> -1 dB/Dek	

6. Hintereinanderschaltung von  $G_1(s) = \frac{6}{s+2}$  und  $G_2(s) = \frac{2}{s^2+1}$  resultiert in dem System  $G(s) = \dots$

(a) <input type="checkbox"/> $\frac{5s^2+s+7}{s^3+2s^2+s+2}$	(b) <input type="checkbox"/> $\frac{s+2}{5s^2+5}$	(c) <input type="checkbox"/> $\frac{12}{s^2+s+3}$	(d) <input type="checkbox"/> $\frac{12}{s^3+2s^2+s+2}$	1
--	---	---	--	---

7. Welche Übertragungsfunktion  $G(s)$  hat das LTI-System  $\dot{x}(t) = -4x(t) + u(t)$ ,  $y(t) = 3x(t) + 2u(t)$ ?

(a) <input type="checkbox"/> $\frac{2s+11}{s+4}$	(b) <input type="checkbox"/> $\frac{-4s+1}{3s+1}$	(c) <input type="checkbox"/> $\frac{4}{s+2} + 3$	(d) <input type="checkbox"/> $\frac{3}{s+4} + 11$	1
--	---	--	---	---

8. Welches der folgenden Systeme ist stabil?

(a) <input type="checkbox"/> $\frac{s^2+s+2}{s^3+s^2}$	(b) <input type="checkbox"/> $\frac{s-1}{s^2-s+2}$	(c) <input type="checkbox"/> $\frac{s+1}{s^2+s+2}$	(d) <input type="checkbox"/> $\frac{s+3}{(s-1)(s+2)}$	1
--	--	--	---	---

9. Die statische Verstärkung des Systems  $G(s) = \frac{2s-15}{s^4+5s^3+8s^2+6s+3}$  ist:

(a) <input type="checkbox"/> 5	(b) <input type="checkbox"/> 3	1
(c) <input type="checkbox"/> 2	(d) <input type="checkbox"/> -5	

10. Welche Eigenschaften hat die Matrix  $K$ , die man durch das MATLAB Kommando  $K = \text{place}(A, B, p)$  erhält? ( $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  und  $B \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ )

(a) <input type="checkbox"/> $AK$ hat $p$ reelle Eigenwerte aus $B$	(b) <input type="checkbox"/> $A - KB$ hat Eigenwerte aus $p$	1
(c) <input type="checkbox"/> $B$ ist Eigenvektor von $AK$ mit $AKB = pB$	(d) <input type="checkbox"/> $A - BK$ hat Eigenwerte aus $p$	

11. Ein System ist durch die Differentialgleichung  $\dot{y}(t) = a \cdot e^{-b} \cdot u(t)$  beschrieben, wobei  $a$  und  $b$  von Null verschiedene konstante Parameter sind. Ist das System *linear* und/oder *zeitinvariant*?

(a) <input type="checkbox"/> keines von beiden	(b) <input type="checkbox"/> nur linear	(c) <input type="checkbox"/> linear und zeitinvariant	(d) <input type="checkbox"/> nur zeitinvariant	1
--	---	---	--	---

12. Betrachten Sie die folgende nichtlineare Differentialgleichung, die in etwa die Geschwindigkeit  $y(t)$  eines Autos mit Luftwiderstand und regelbarer Stellung des Gaspedals  $u(t)$  beschreibt:  $\dot{y}(t) = bu(t) - y(t)^2c$ . Dabei sind  $b$  und  $c$  Konstanten.

(a) Berechnen Sie den Gleichgewichtszustand  $y_{ss}$ , der sich bei konstanter Gaspedalstellung  $u(t) \equiv u_{ss}$  einstellt.

2

(b) Linearisieren Sie das System im Punkt  $(u_{ss}, y_{ss})$ , um eine lineare Differentialgleichung in den Variablen  $\Delta y(t) = y(t) - y_{ss}$  und  $\Delta u(t) = u(t) - u_{ss}$  zu erhalten.

2

(c) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion  $G(s)$  des linearisierten Systems.

3

13. Auf welche Weise wird die Rückführmatrix  $L$  eines Luenberger-Beobachters berechnet?

(a) <input type="checkbox"/> durch die Methode von Ziegler-Nichols	(b) <input type="checkbox"/> durch Loop-Shaping
(c) <input type="checkbox"/> durch Polvorgabe	(d) <input type="checkbox"/> durch Minimierung des quadrierten Schätzfehlers

1

14. Welche der folgenden Aussagen ist korrekt? Ein PI-Regler ...

(a) <input type="checkbox"/> ...sorgt für einen kleinen Regelfehler für Signale im niederen Frequenzbereich.	(b) <input type="checkbox"/> ...hat die Übertragungsfunktion $K_{PI}(s) = K_P (1 + T_I s)$ .
(c) <input type="checkbox"/> ...wird eingesetzt, wenn man hochfrequente Störungen beseitigen will.	(d) <input type="checkbox"/> ...wird realisiert durch die Reihenschaltung eines phasenhebenden und eines phasensenkenden Korrekturgliedes

1

15. Welche der folgenden Aussagen ist korrekt? Das Kalmanfilter ...

(a) <input type="checkbox"/> ...ist ein Tiefpassfilter zweiter Ordnung.	(b) <input type="checkbox"/> ...hat die gleiche dynamische Struktur wie der Luenberger Beobachter
(c) <input type="checkbox"/> ...kann nur eingesetzt werden, wenn das System steuerbar ist.	(d) <input type="checkbox"/> ...wird mithilfe der Methode der Polvorgabe parametrisiert.

1

16. Welche der folgenden Aussagen ist **nicht** korrekt? Ein stabiles PT2-Glied ...

(a) <input type="checkbox"/> ...hat immer eine kleinere Anstiegszeit als ein PT1-Glied	(b) <input type="checkbox"/> ...weist einen Überschwinger auf in der Sprungantwort wenn die Dämpfung $d < 1$ .	1	
(c) <input type="checkbox"/> ...hat zwei interne Zustände.	(d) <input type="checkbox"/> ...entspricht einen monoton fallenden Phasenverlauf.		

17. Ein System in Eingangs-Ausgangsform ist durch die Darstellung  $-2\ddot{y} - 6\dot{y} + 3y = 2\dot{u} + 8u$  beschrieben. Berechnen Sie die Matrizen  $A, B, C, D$  einer äquivalenten Zustandsdarstellung.

2	
---	--

18. Ein LTI-System wird durch die Zustandsgleichung  $\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx + Du$  beschrieben,

wobei  $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [1 \ 1 \ 1], D = 0.$

(a) Berechnen Sie das charakteristische Polynom  $p_A(\lambda)$  des Systems.

2	
---	--

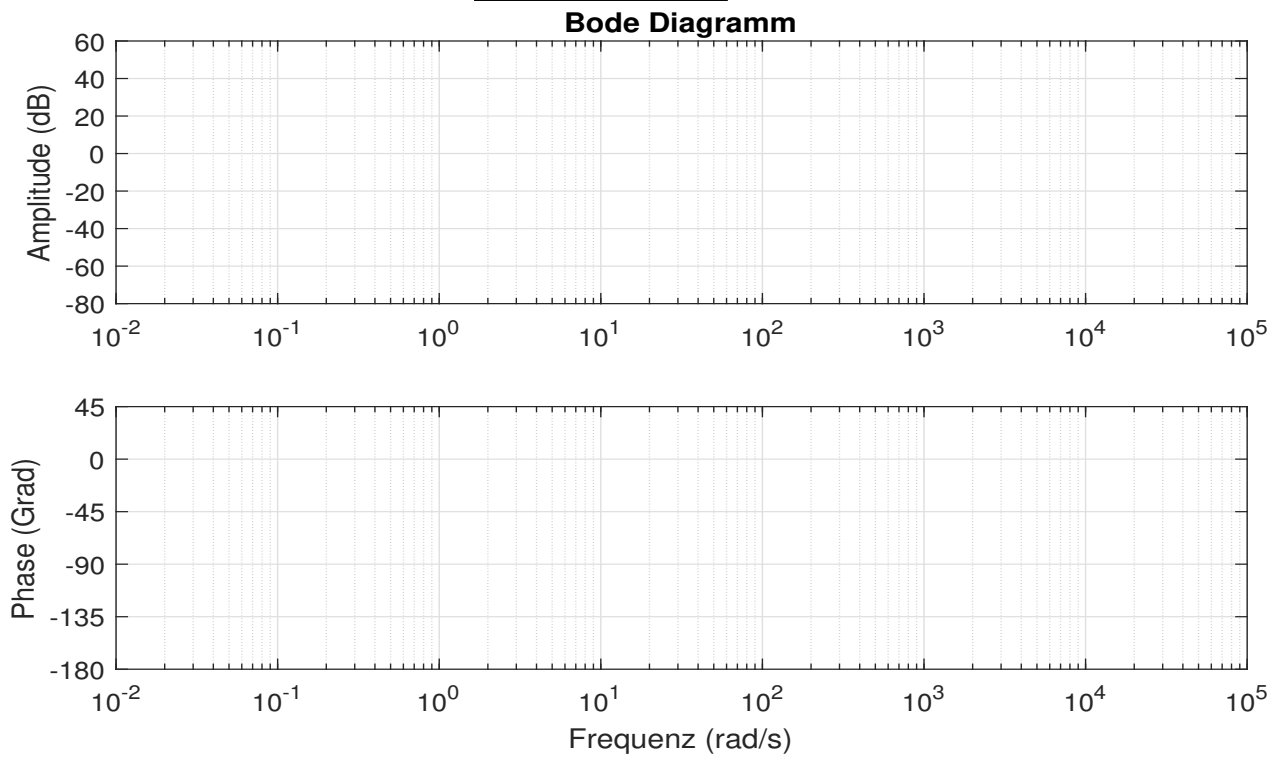
(b) Wenn das System zum Zeitpunkt  $t = 0$  mit einem Sprung angeregt wird, welches Verhalten zeigt der Ausgang  $y(t)$  des Systems für  $t \rightarrow \infty$ ? Der Ausgang...

(a) <input type="checkbox"/> zeigt eine Dauerschwingung.	(b) <input type="checkbox"/> geht gegen Null.	(c) <input type="checkbox"/> geht gegen einen konstanten Wert ungleich Null.	(d) <input type="checkbox"/> geht gegen unendlich.	1	
--	---	--	--	---	--

(c) Ist es möglich, den Zustand des Systems durch eine geeignete Wahl der Eingangsgröße  $u(t)$  aus der Ruhelage  $x = [0 \ 0 \ 0]^T$  in den Zustand  $x = [\frac{\pi}{3} \ 3 \ 3]^T$  zu überführen? Begründen Sie Ihre Aussage.  
Hinweis: Es ist nicht notwendig, den konkreten Verlauf von  $u(t)$  zu berechnen.

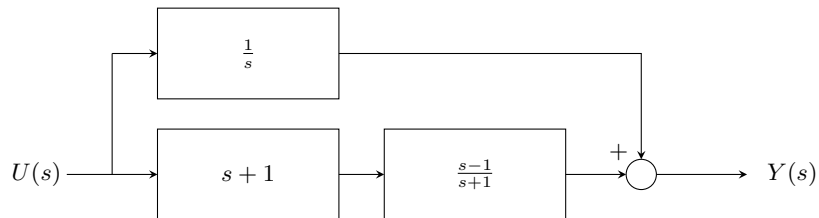
2	
---	--

19. Skizzieren Sie das Bode-Diagramm des Systems  $G(s) = 100 \frac{0.001s + 1}{(\frac{s}{10} + 1)^2}$ .



3

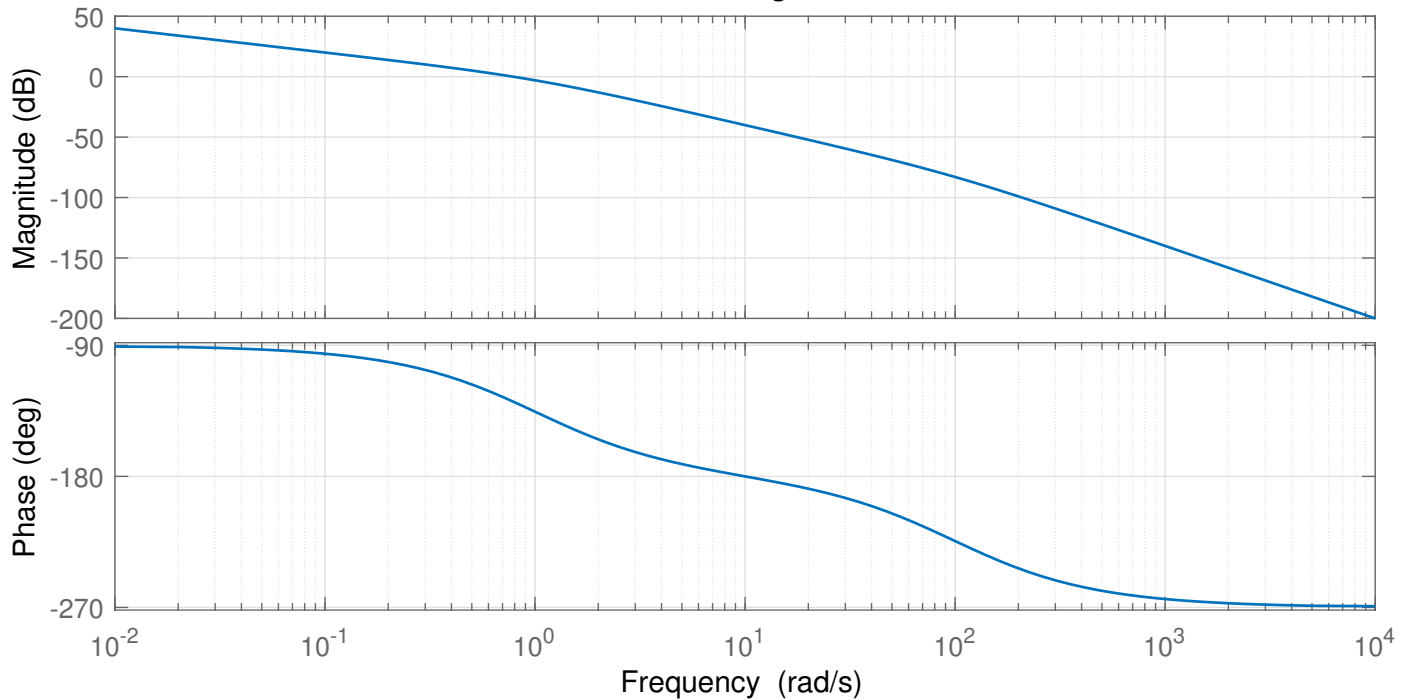
20. Wie lautet die Übertragungsfunktion  $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$  der folgenden Anordnung?



- (a)   $\frac{s+3}{s+1}$     (b)   $\frac{s-1}{s}$     (c)   $\frac{s+1}{s}$     (d)   $\frac{s^2-s+1}{s}$     2

21. Für ein BIBO-stabiles LTI-System  $G(s)$  wurde folgendes Bode-Diagramm ermittelt.

**Bode Diagram**



(a) Wie hoch ist die Durchtrittsfrequenz des Systems?

(a) <input type="checkbox"/> Das System hat keine Durchtrittsfrequenz.	(b) <input type="checkbox"/> ca. $1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$	1 <input type="text"/>
(c) <input type="checkbox"/> ca. $100 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$	(d) <input type="checkbox"/> ca. $10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$	

(b) Wie hoch ist der relative Grad (Polüberschuss) des Systems?

(a) <input type="checkbox"/> 2	(b) <input type="checkbox"/> 0	(c) <input type="checkbox"/> 1	(d) <input type="checkbox"/> 3	1 <input type="text"/>
--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	------------------------

(c) Wie hoch ist die statische Verstärkung (DC-Gain) des Systems?

(a) <input type="checkbox"/> $\infty$	(b) <input type="checkbox"/> 178	(c) <input type="checkbox"/> -80	(d) <input type="checkbox"/> 45	1 <input type="text"/>
---------------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	---------------------------------	------------------------

(d) Welche der folgenden Aussagen bezüglich der Phasenreserve  $\Phi_{PR}$  des Systems ist korrekt?

(a) <input type="checkbox"/> $\Phi_{PR} = 0^\circ$	(b) <input type="checkbox"/> $40^\circ < \Phi_{PR} < 50^\circ$	1 <input type="text"/>
(c) <input type="checkbox"/> $\Phi_{PR} = \infty$	(d) <input type="checkbox"/> $-10^\circ < \Phi_{PR} < 0^\circ$	

(e) Welche Amplitudenreserve hat das System (in dB)?

(a) <input type="checkbox"/> $\infty$	(b) <input type="checkbox"/> 20	(c) <input type="checkbox"/> 0	(d) <input type="checkbox"/> 40	1 <input type="text"/>
---------------------------------------	---------------------------------	--------------------------------	---------------------------------	------------------------

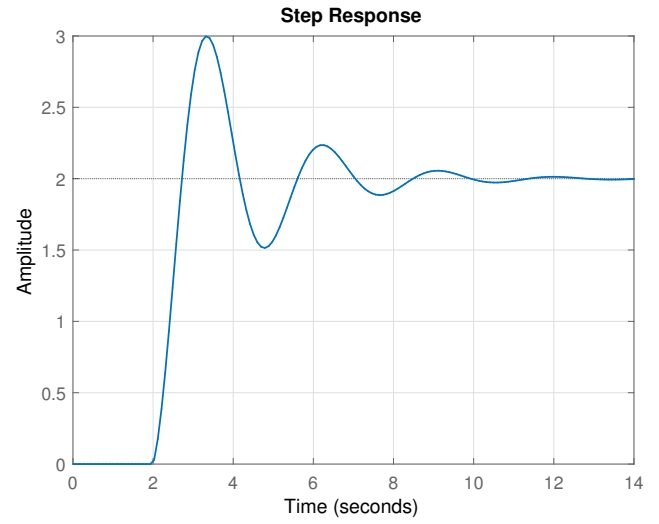
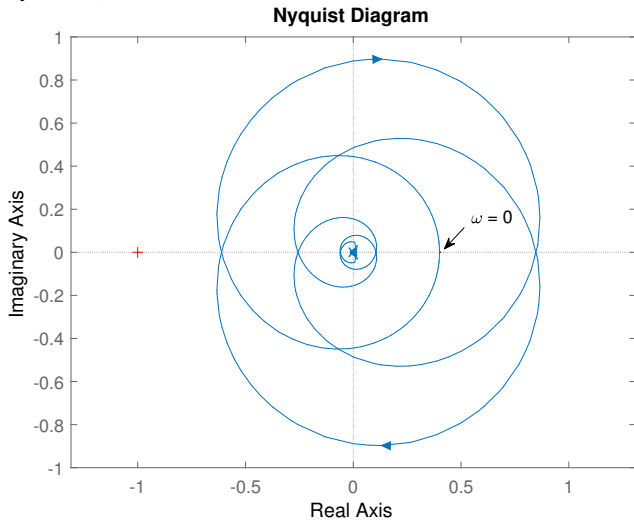
(f) Ist das resultierende System BIBO-stabil, wenn der Ausgang mit -1 multipliziert und auf den Eingang des Systems gegeben wird?

(a) <input type="checkbox"/> Keine Aussage möglich, da das System nicht minimalphasig ist.	(b) <input type="checkbox"/> Ja	1 <input type="text"/>
(c) <input type="checkbox"/> Keine Aussage möglich, da das Bode-Diagramm nur die stationäre Antwort zeigt.	(d) <input type="checkbox"/> Nein	

(g) Was ist der Steady-State Fehler des geschlossenen Kreises, bei negativem Einheitsfeedback, für den Eingang  $u(t) = \sigma(t)$ ?

(a) <input type="checkbox"/> 1 %	(b) <input type="checkbox"/> 10%	1 <input type="text"/>
(c) <input type="checkbox"/> $\infty$	(d) <input type="checkbox"/> 0%	

22. Gegeben ist das auf der linken Seite gezeigte Nyquist-Diagramm (von System A), und eine auf der rechten Seite gezeigte Sprungantwort (von System B).



(a) Welche Amplitudenreserve hat System A, abgebildet im Nyquist-Diagramm, in etwa?

(a) <input type="checkbox"/> -7.5	(b) <input type="checkbox"/> 1.6	1
(c) <input type="checkbox"/> 10	(d) <input type="checkbox"/> ∞	

(b) Welche Phasenreserve hat das System A, abgebildet im Nyquist-Diagramm, in etwa?

(a) <input type="checkbox"/> ∞	(b) <input type="checkbox"/> 45°	1
(c) <input type="checkbox"/> -75°	(d) <input type="checkbox"/> 180°	

(c) Betrachten Sie die Sprungantwort von System B. Welcher Übertragungsfunktion  $G(s)$  entspricht es? Begründen Sie Ihre Antwort mit 3 Argumenten.

(a) <input type="checkbox"/> $\frac{s+1}{s+2} e^{-s}$	(b) <input type="checkbox"/> $\frac{s+10}{s+5} e^{-2s}$	3
(c) <input type="checkbox"/> $\frac{-s+10}{s^2+s+5} e^{-2s}$	(d) <input type="checkbox"/> $\frac{-s+5}{s^2+s+5} e^{-s}$	

(d) Welche der folgenden Aussagen ist korrekt?

(a) <input type="checkbox"/> ...System A und System B sind gleich.	(b) <input type="checkbox"/> ...Der geschlossene Kreis von System A mit negativem Einheitsfeedback ist instabil.	1
(c) <input type="checkbox"/> ...System A hat eine kleinere statische Verstärkung als System B.	(d) <input type="checkbox"/> ...System B ist grenzstabil.	

23. Betrachten Sie das folgende System  $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$ ,  $y(t) = Cx(t) + D$  mit

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$
$$C = [1 \quad 0 \quad 0], D = 0.$$

Es wurde einen Zustandsregler entworfen für dieses System, so dass die Pole des geschlossenen Kreises die Werte  $\{-1, -2, -3\}$ , annehmen. Jetzt zeigt sich aber, dass die Zustände der Strecke nicht direkt gemessen werden können, sondern nur der Ausgang  $y(t)$ . Deshalb möchten wir einen Luenberger-Beobachter entwerfen, um den Zustand zu schätzen.

(a) Zeigen Sie, dass das System über den Ausgang  $y(t)$  beobachtbar ist.

2	
---	--

(b) Schreiben Sie die generelle Differentialgleichung des Luenberger-Beobachters auf, welche die Entwicklung des geschätzten Zustands in Abhängigkeit der Messungen und der Stellgrößen beschreibt. *Es ist nicht notwendig, die vorkommenden Matrizen der Gleichung zu berechnen.*

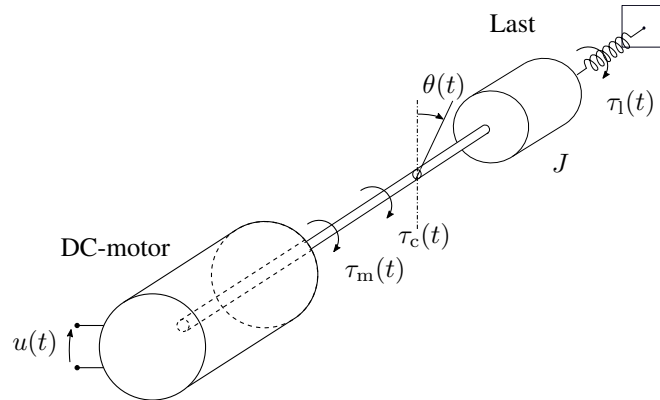
1	
---	--

(c) Berechnen Sie die Luenberger gain Matrix  $L = \begin{bmatrix} l_0 \\ l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}$ , so dass die Systemmatrix des Beobachters die drei Eigenwerte  $\{-10, -20, -30\}$  besitzt.

4	
---	--



24. Ein Gleichstrommotor wird durch eine Spannung  $u(t)$  gesteuert. Er treibt eine gefederte Last an, die beschrieben wird durch einen Federmoment  $\tau_1 = -k\theta(t)$ , wobei  $\theta(t)$  die Position des Rotors ist. Die Last (mit Rotor) hat ein Trägheitsmoment  $J$ . Die Lager üben ein viskoses Reibungsmoment  $\tau_c = -c\dot{\theta}(t)$  auf den Rotor aus. Wenn man induktive Effekte vernachlässigt, kann man die Beziehung zwischen der Eingangsspannung  $u(t)$  und dem Motormoment  $\tau_m$  annähernd beschreiben als:  $\tau_m(t) = a_1 u(t) - a_2 \theta(t)$ , mit Konstanten  $a_1$  und  $a_2$ .



- (a) Leiten Sie die Eingangs-Ausgangsgleichung des Gleichstrommotors mit Eingang  $u(t)$  und Ausgang  $y(t) = \theta(t)$  her. Berücksichtigen Sie dabei die Momente  $\tau_1$ ,  $\tau_c$  und  $\tau_m$ , sowie die Rotationsträgheit der Last (mit Rotor), die mit Faktor  $J$  proportional zur Winkelbeschleunigung  $\ddot{\theta}(t)$  ist.

2	
---	--

- (b) Stellen Sie die Übertragungsfunktion  $G(s)$  des Systems auf.

1	
---	--

- (c) Verwenden Sie die Werte  $J = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $c = 2 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}}$ ,  $k = 5 \text{ Nm}$ ,  $a_1 = 2 \frac{\text{Nm}}{\text{V}}$ ,  $a_2 = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}}$ , und entwerfen Sie einen P-Regler für  $G(s)$ , sodass die Bandbreite des geschlossenen Kreises  $10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  beträgt.  
Hinweis: Die Bandbreite des geschlossenen Kreises entspricht in guter Näherung der Durchtrittsfrequenz der offenen Kette.

2	
---	--

- (d) Wie hoch ist die stationäre Abweichung des geschlossenen Kreises für ein sprungförmiges Referenzsignal der Höhe  $R$ ?

2	
---	--

**Leeres Blatt für Zwischenrechnungen**