Systemtheorie und Regelungstechnik 1 – Abschlussklausur

Prof. Dr. Moritz Diehl und Dr. Jörg Fischer, IMTEK, Universität Freiburg 16. März 2015, 9:00-11:30,
Freiburg, Georges-Koehler-Allee 101 Raum 026 und 036

Seite	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte auf Seite (max)	3	9	8	5	4	9	8	7	9	0	62
Erreichte Punkte											
Zwischensumme											
Zwischensumme (max)	3	12	20	25	29	38	46	53	62	62	

Note: Klausur eingesehen am: Unterschrift des Prüfers:

Nachname: Vorname: Matrikelnummer:

Fach: Studiengang: Bachelor ☐ Master ☐ Lehramt ☐ Sonstiges ☐

Unterschrift:

Tragen Sie bitte Ihren Namen und die anderen Angaben oben ein. Geben Sie die Antworten direkt unter den Fragen an oder nutzen Sie bei Bedarf nach Möglichkeit die Rückseite **desselben Blattes** (oder, falls diese bereits voll ist, die leere Seite am Ende) für Ergebnisse, die in die Korrektur einfließen sollen; verweisen Sie zudem direkt bei der Frage im Hauptteil auf die entsprechende Seite. Sie können zudem weiteres weißes Papier für Zwischenrechnungen verwenden, aber bitte geben Sie dieses Extrapapier nicht ab. Als Hilfsmittel ist neben Schreibmaterial und einem Taschenrechner auch ein doppelseitiges Blatt mit Formelsammlung und Notizen erlaubt; einige juristische Hinweise finden sich in einer Fußnote.[1] Machen Sie bei den Multiple-Choice Fragen jeweils genau ein Kreuz bei der richtigen Antwort. Beantworten Sie zunächst die Ihnen einfach fallenden Fragen. Wenn Sie pro Punkt zwei Minuten Zeit rechnen, sind Sie nach ca. 2 Stunden fertig. Viel Erfolg!

1. Ein LTI-System hat die Sprungantwort $h(t) = -\cos(t)\cdot\sigma(t) + 2\sigma(t)$ für $t \in \mathbb{R}$. Wie lautet die Impulsantwort $g(t)$ des Systems für $t \in \mathbb{R}$? ($\sigma(t)$ ist die Sprungfunktion und $\delta(t)$ der Dirac-Impuls)

(a) ☐ $\delta(t) + \sin(t)\cdot\sigma(t)$	(b) ☐ $2\delta(t) + \sin(t)\cdot\sigma(t)$
(c) ☐ $2\delta(t) - \sin(t)\cdot\sigma(t)$	(d) ☐ $3\delta(t) - \sin(t)\cdot\sigma(t)$

1

2. Ein LTI-System wird durch die Zustandsgleichung $\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx + Du$ beschrieben,
wobei $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = 0\,.$

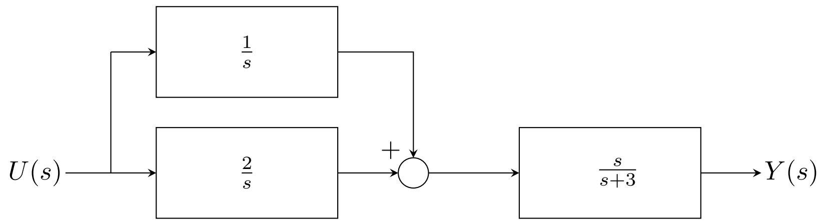
Berechnen Sie das charakteristische Polynom $p_{\mathrm{A}}(\lambda)$ des Systems. Sie müssen das Polynom nicht ausmultiplizieren.

2

[1] PRÜFUNGSUNFÄHIGKEIT: Durch den Antritt dieser Prüfung erklären Sie sich für prüfungsfähig. Sollten Sie sich während der Prüfung nicht prüfungsfähig fühlen, können Sie aus gesundheitlichen Gründen auch während der Prüfung von dieser zurücktreten. Gemäß den Prüfungsordnungen sind Sie verpflichtet, die für den Rücktritt oder das Versäumnis geltend gemachten Gründe unverzüglich (innerhalb von 3 Tagen) dem Prüfungsamt durch ein Attest mit der Angabe der Symptome schriftlich anzuzeigen und glaubhaft zu machen. Weitere Informationen: https://www.tf.uni-freiburg.de/studium/pruefungen/pruefungsunfaehigkeit.html.
TÄUSCHUNG/STÖRUNG: Sofern Sie versuchen, während der Prüfung das Ergebnis ihrer Prüfungsleistung durch Täuschung (Abschreiben von Kommilitonen ...) oder Benutzung nicht zugelassener Hilfsmittel (Skript, Buch, Mobiltelefon, ...) zu beeinflussen, wird die betreffende Prüfungsleistung mit „nicht ausreichend“ (5,0) und dem Vermerk „Täuschung“ bewertet. Als Versuch gilt bei schriftlichen Prüfungen und Studienleistungen bereits der Besitz nicht zugelassener Hilfsmittel während und nach der Ausgabe der Prüfungsaufgaben. Sollten Sie den ordnungsgemäßen Ablauf der Prüfung stören, werden Sie vom Prüfer/Aufsichtsführenden von der Fortsetzung der Prüfung ausgeschlossen. Die Prüfung wird mit „nicht ausreichend“ (5,0) mit dem Vermerk „Störung“ bewertet.

points on page: 3

3. Wie lautet die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$ der folgenden Anordnung?



(a) ☐ $\frac{2s}{s+3}$	(b) ☐ $\frac{3s}{s+3}$	(c) ☐ $\frac{3}{s+3}$	(d) ☐ $\frac{s^3+2s+3}{s^2(s+3)}$

1

4. Ein System wird durch die Differentialgleichung $4\ddot{y} + 6\dot{y} - 18y = 4\ddot{u} - 8u$ beschrieben. Wie lautet die Übertragungsfunktion des Systems?

(a) ☐ $\frac{2s^2-4}{2s^2+3s-9}$	(b) ☐ $\frac{4s^2+6s-18}{4s^2-8}$	(c) ☐ $\frac{8s^2-4}{-18s^2+6s+4}$	(d) ☐ $\frac{-9s^2+3s+2}{4s^2-2}$

1

5. Ein System ist durch die Differentialgleichung $\dot{y}(t) = 7t^2(u(t))^2$ beschrieben. Ist das System *linear* und/oder *zeitinvariant*?

(a) ☐ nur linear	(b) ☐ nur zeitinvariant
(c) ☐ linear und zeitinvariant	(d) ☐ keines von beiden

1

6. Ein System ist durch die Differentialgleichung $\dot{y}(t) = \sin(-bt) \cdot u(t)$ beschrieben, wobei b ein von Null verschiedener konstanter Parameter ist. Ist das System *linear* und/oder *zeitinvariant*?

(a) ☐ nur linear	(b) ☐ nur zeitinvariant
(c) ☐ linear und zeitinvariant	(d) ☐ keines von beiden

1

7. Ein System in Eingangs-Ausgangsform ist durch die Darstellung $-2\dddot{y} - 6\ddot{y} + 3y = 2\dot{u} + 8u$ beschrieben. Berechnen Sie die Matrizen A, B, C, D einer äquivalenten Zustandsdarstellung.

2

8. Welches System wird durch die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{4}{s} \cdot \frac{s^2+1}{s-2}$ beschrieben ?

(a) ☐ $\ddot{y} - y = 2\ddot{u} + \dot{u}$	(b) ☐ $\ddot{y} - 2\dot{y} = 4\ddot{u} + 4u$	(c) ☐ $8\ddot{y} + 4\dot{y} = \ddot{u} - u$	(d) ☐ $\ddot{y} - y = 8\ddot{u} + 4\dot{u}$

1

9. Gegeben ist die offene Kette $G_0(s) = \frac{s+3}{s^2+1}$. Wie lautet die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises (bei negativem Einheitsfeedback)?

(a) ☐ $\frac{-(s+3)}{s^2+1}$	(b) ☐ $\frac{s+3}{s^2+1}$	(c) ☐ $\frac{s+3}{s^2+s+4}$	(d) ☐ $\frac{s^2+s-4}{s-3}$

1

10. Welche Übertragungsfunktion hat das Zustandsraummodell $\dot{x}(t) = 4x(t) + u(t), \quad y(t) = 2x(t) + 3u(t)$?

(a) ☐ $\frac{3s+10}{s+4}$	(b) ☐ $\frac{s+4}{3s+10}$	(c) ☐ $\frac{s-4}{3s-10}$	(d) ☐ $\frac{3s-10}{s-4}$

1

points on page: 9

11. Ein LTI-System hat die Sprungantwort $h(t) = \sin(t) \cdot e^{-t} \cdot \sigma(t)$ für $t \in \mathbb{R}$. Was ist die Impulsantwort $g(t)$ für $t \geq 0$?

(a) ☐ $(\cos(t) - \sin(t))\, e^{-t}$	(b) ☐ $-\cos(t)e^{-t}$
(c) ☐ $-\sin(t)e^{-t}$	(d) ☐ $(\cos(t) + \sin(t))e^{-t}$

1	

12. Welches der folgenden Systeme ist BIBO-stabil?

(a) ☐ $\frac{3s^2+5}{3s^2+9s+20}$	(b) ☐ $\frac{s-5}{s^2-3s+10}$	(c) ☐ $\frac{s^3-1}{s(s+3)(s-1)}$	(d) ☐ $\frac{1}{s^3+2s}$

1	

13. Der Zusammenhang zwischen Eingang $u(t)$ und Ausgang $y(t)$ eines Systems sei durch die nichtlineare Differentialgleichung $\boxed{\dot{y}(t) = b\sqrt{u(t)} - c(y(t) - y_{\text{ext}})}$ beschrieben, wobei y_{ext} ein gegebener konstanter Parameter ist.

(a) Berechnen Sie den konstanten Eingang u_{ss} des Systems bei dem der Ausgang $y(t)$ im stationären Zustand den Wert y_{ss} annimmt.

2	

(b) Linearisieren Sie das System im Punkt $(u_{\text{ss}}, y_{\text{ss}})$ und geben Sie die linearisierte Differentialgleichung für $\Delta\dot{y}(t)$ in Abhängigkeit der Variablen $\Delta y(t) = y(t) - y_{\text{ss}}$ und $\Delta u(t) = u(t) - u_{\text{ss}}$ an.

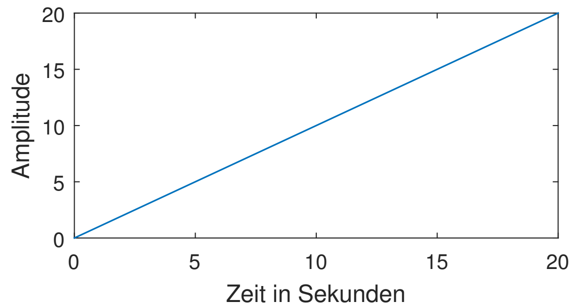
2	

(c) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des linearisierten Systems unter der Annahme, dass $u(t) = u_{\text{ss}}$ und $y(t) = y_{\text{ss}}$ für $t < 0$ gilt.

2	

points on page: 8	

14. Betrachten Sie die folgende Sprungantwort.



(a) Von welchem der unten angegeben Systeme könnte die Sprungantwort stammen?

(a) ☐ $\frac{1}{s}$	(b) ☐ $\frac{1}{s^2}$	(c) ☐ $\frac{1}{s+1}$	(d) ☐ $s+1$

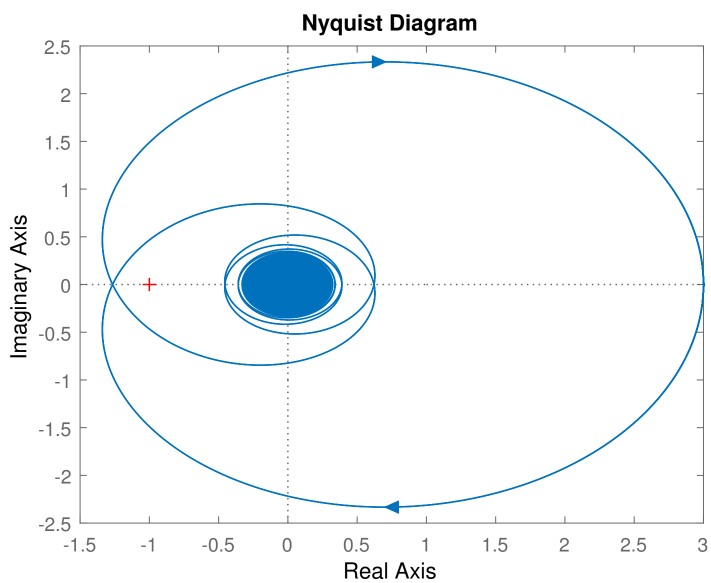
1

(b) Ist das System BIBO-stabil und/oder grenzstabil?

(a) ☐ BIBO-stabil und grenzstabil.	(b) ☐ BIBO-stabil aber nicht grenzstabil.
(c) ☐ Grenzstabil aber nicht BIBO-stabil.	(d) ☐ Nicht BIBO-stabil und nicht grenzstabil.

1

15. Betrachten Sie das Nyquist-Diagramm der stabilen offenen Kette $G_0(s)$.



(a) Ist der geschlossene Kreis bei negativem Einheitsfeedback stabil?

(a) ☐ Ja	(b) ☐ Nein
(c) ☐ Keine Aussage möglich, weil das System eine unendliche Verstärkung besitzt.	(d) ☐ Keine Aussage möglich, weil das System Pole auf der Imaginärachse besitzt.

1

(b) Wie hoch ist die statische Verstärkung (DC-Gain) der offenen Kette $G_0(s)$?

(a) ☐ -1.25	(b) ☐ 0	(c) ☐ 3	(d) ☐ ∞

1

(c) Enthält die offene Kette $G_0(s)$ ein Totzeitglied und/oder Integratorglied?

(a) ☐ Nur Totzeitglied	(b) ☐ Nur Integratorglied	(c) ☐ Totzeitglied und Integratorglied	(d) ☐ Keines von beiden

1

points on page: 5

16. Ein Kollege von Ihnen hat einen Regler für ein elektrisches Antriebssystem entworfen. Er konnte dabei durch Probieren fast alle nötigen Anforderungen umsetzen, allerdings besitzt der geschlossene Regelkreis eine zu hohe bleibende Regelabweichung, die die Regelung unbrauchbar macht. Da ihr Kollege gehört hat, dass Sie eine regelungstechnische Vorlesung besucht haben, fragt er Sie um Rat. Er zeigt Ihnen das Bode-Diagramm der offenen Kette $G_0 = K(s)G(s)$ seines Regelungsentwurfs.

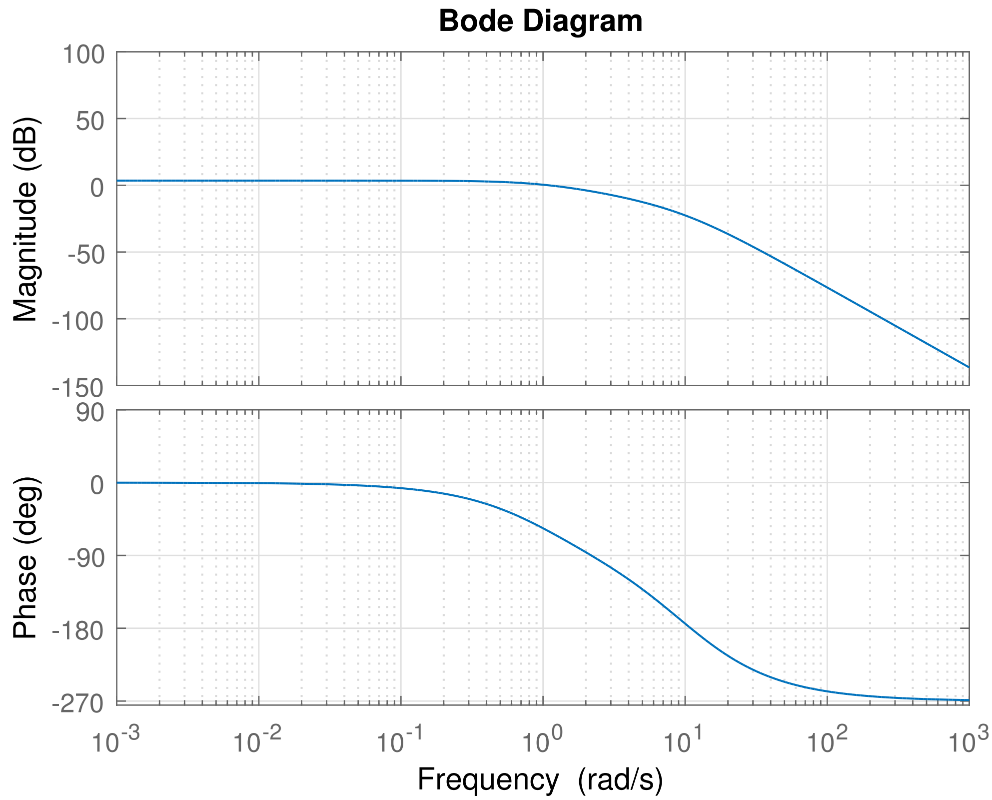


Abbildung 1: Bode-Diagramm der offenen Kette ohne PI-Regler

(a) Sie erkennen, dass die Verstärkung bei geringen Frequenzen zu niedrig ist und wissen, dass ein PI-Regler Abhilfe schaffen könnte. Alternativ könnte auch ein...

(a) ☐ ...phasenanhebendes Korrekturglied (lead compensator) eingesetzt werden.	(b) ☐ ...phasenabsenkendes Korrekturglied (lag compensator) eingesetzt werden.
(c) ☐ ...reines Differenzierglied (D-Glied) eingesetzt werden.	(d) ☐ ...Proportional-Differenzier-Glied (PD-Glied) eingesetzt werden.

1	

(b) Da der PI-Regler den bleibenden Regelfehler im Gegensatz zum alternativen Regler vollständig beseitigen kann, empfehlen Sie Ihrem Kollegen den PI-Regler. Die Übertragungsfunktion eines PI-Reglers ist

(a) ☐ $K(s) = k_{\mathrm{P}} \frac{1}{1+Ts}$.	(b) ☐ $K(s) = k_{\mathrm{P}}(1+Ts)$.
(c) ☐ $K(s) = k_{\mathrm{P}} \frac{1}{Ts}$.	(d) ☐ $K(s) = k_{\mathrm{P}}\left(1+\frac{1}{Ts}\right)$.

1	

(c) Da Ihr Kollege den PI-Regler nicht kennt, erklären Sie ihm diesen anschaulich anhand des Bode-Diagramms. (Skizzieren Sie unten den prinzipiellen Verlauf des Bode-Diagramms des PI-Reglers. Kennzeichnen Sie dabei, wie das Bode-Diagramm von den Parametern T und k_{P} abhängt).

2	

points on page: 4	

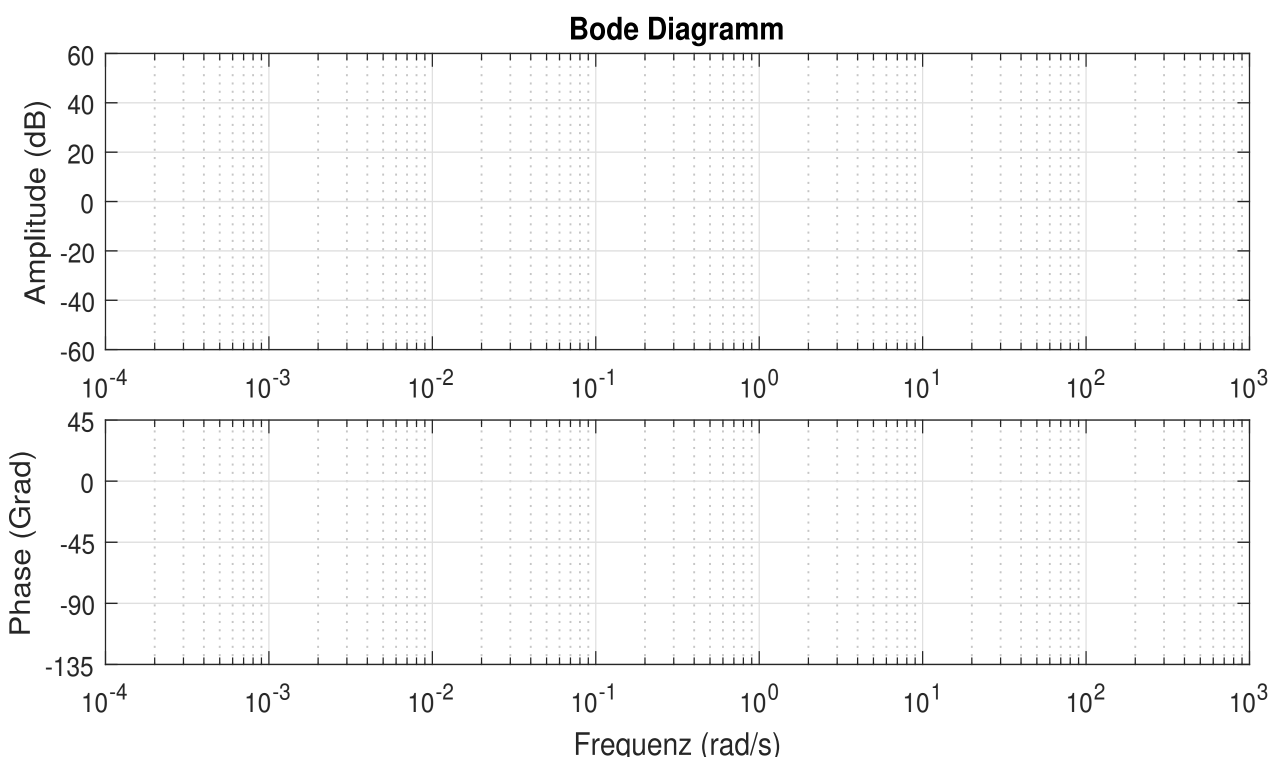
(d) Ihr Kollege hat viel Zeit benötigt, um die Reglerparameter seines vorherigen Entwurfes so einzustellen, dass die Bandbreite ω_B und Phasenreserve Φ_P des geschlossenen Kreises genau die Anforderungen erfüllen. Sie überlegen daher, wie Sie den PI-Regler so dimensionieren können, dass ω_B und Φ_P des geschlossenen Kreises mit zusätzlichem PI-Regler die gleichen Werte annehmen wie ω_B und Φ_P des geschlossenen Kreises ohne zusätzlichen PI-Regler. (Beschreiben Sie in Worten, wie Sie k_P und T wählen müssen, damit ω_B und Φ_P nur sehr wenig verändert werden. Begründen Sie Ihre Wahl).
(*Hinweis: Die Bandbreite des geschlossenen Kreises entspricht in guter Näherung der Durchtrittsfrequenz der offenen Kette.)*

3	

(e) Zeichnen Sie oben in Abbildung 1 das Bode-Diagramm des PI-Reglers für ihre Wahl von k_P und T mit ein. Zeichnen Sie zudem das Bode-Diagramm der durch den PI-Regler erweiterten offenen Kette in das Diagramm ein.

3	

17. Skizzieren Sie das Bode-Diagramm des Systems $\boxed{G(s) = 100 \cdot \frac{10s+1}{(1000s+1)(0.1s+1)}}$.



3	

points on page: 9	

18. Gegeben ist das folgende Zustandsraummodell einer Strecke

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \; .$$

Zur Regelung der Strecke soll ein Zustandsregler $u(t) = -\mathbf{K}x(t)$ mit Rückführmatrix $\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_0 & k_1 \end{bmatrix}$ mittels Polvorgabe entworfen werden. Die Pole des geschlossenen Kreises sollen die Werte $-3 \pm j3$ annehmen.

(a) Zeigen Sie, dass die Strecke steuerbar ist.

2	

(b) Nehmen Sie an, dass der Zustand direkt gemessen werden kann. Bestimmen Sie die konstanten Parameter k_0 und k_1, die sicher stellen, dass die Pole des geschlossenen Kreises die gewünschten Werte annehmen.

3	

(c) In Wahrheit zeigt sich, dass die Zustände der Strecke nicht direkt gemessen werden können, sondern nur der Ausgang $y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$ .Wir möchten daher einen Luenberger-Beobachter verwenden, um den Zustand zu schätzen.

i. Zeigen Sie, dass die Strecke über den Ausgang $y(t)$ beobachtbar ist.

2	

ii. Schreiben Sie die generelle Differentialgleichung des Luenberger-Beobachters auf, welche die Entwicklung des geschätzten Zustands in Abhängigkeit der Messungen und der Stellgrößen beschreibt. *Es ist nicht notwendig, die vorkommenden Matrizen der Gleichung zu berechnen.*

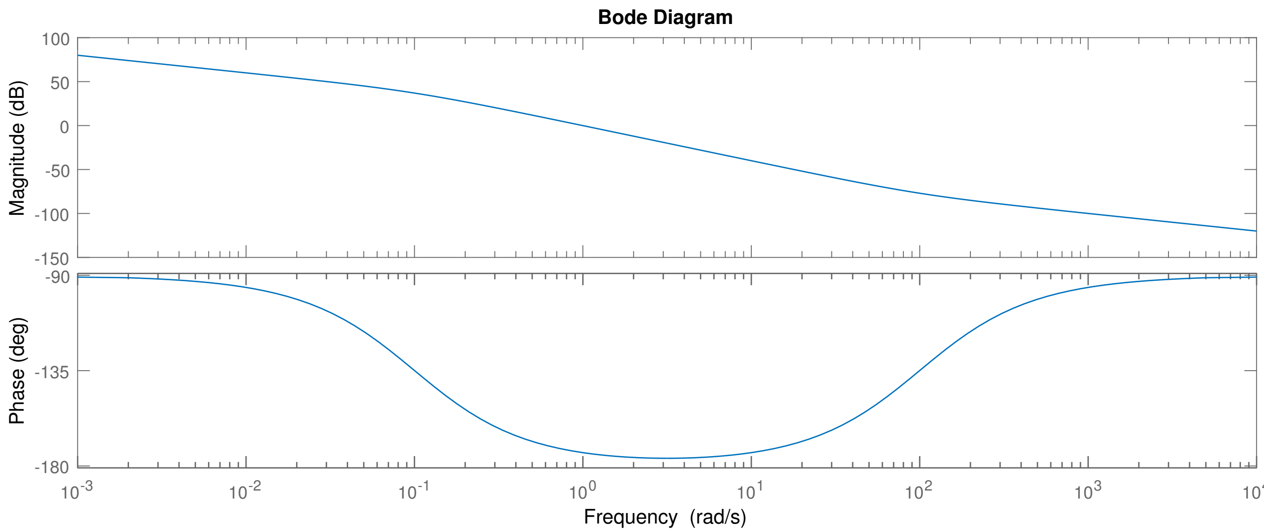
1	

points on page: 8	

iii. Glücklicherweise finden wir den Luenberger-Beobachter, den die vorherige Regelungstechnikerin, die mit der Strecke gearbeitet hat, dimensioniert und implementiert hat. Das Luenberger-Gain wurde dabei zu $\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 7.5 \\ 6.81 \end{bmatrix}$ gewählt, sodass die Eigenwerte der Matrix $A - LC$ die Werte $-2.75 \pm j1.5$ annehmen. Können wir diesen Luenberger-Beobachter zusammen mit dem Regler, den wir in 18b) ausgelegt haben, verwenden? Oder sollten wir den Luenberger-Gain ändern? Begründen Sie Ihre Antwort. *Es ist nicht notwendig, einen alternativen Luenberger-Gain zu berechnen.*

1	

19. Für ein BIBO-stabiles LTI-System $G(s)$ wurde folgendes Bode-Diagramm ermittelt.



(a) Wie hoch ist der relative Grad (Polüberschuss) des Systems?

(a) ☐ 0	(b) ☐ 1	(c) ☐ 2	(d) ☐ 3

1	

(b) Wie hoch ist die statische Verstärkung (DC-Gain) des Systems?

(a) ☐ -170	(b) ☐ 0	(c) ☐ 60	(d) ☐ ∞

1	

(c) Wie hoch ist die Phasenreserve des Systems (in etwa)?

(a) ☐ 174°	(b) ☐ 6°	(c) ☐ $-83°$	(d) ☐ ∞

1	

(d) Welche Amplitudenreserve hat das System (in etwa)?

(a) ☐ 0	(b) ☐ 20	(c) ☐ 40	(d) ☐ ∞

1	

(e) Entält das System einen Integrator (d.h. eine Polstelle bei Null) und/oder ein Totzeitglied?

(a) ☐ Integrator und Totzeitglied	(b) ☐ Nur Integrator
(c) ☐ Nur Totzeitglied	(d) ☐ Keines von beiden

1	

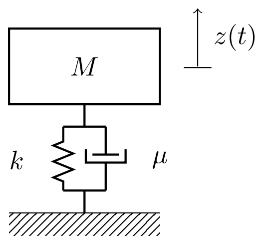
(f) Wenn man den Ausgangs des Systems mit minus eins multipliziert und auf seinen Eingang gibt, ist das entstehende System BIBO-stabil?

(a) ☐ Ja	(b) ☐ Nein
(c) ☐ Keine Aussage möglich, da dies vom Initialzustand abhängt.	(d) ☐ Keine Aussage möglich, da das System nicht kausal ist.

1	

points on page: 7	

20. In dieser Aufgabe soll die Vertikalbewegung eines aktiven Stoßdämpfersystems eines Fahrzeugs modelliert und untersucht werden. Betrachten Sie dazu das unten gezeigte vereinfachte physikalische Modell des Stoßdämpfersystems. Die Masse M des Fahrzeugs ist durch einen Dämpfer D und eine Feder K mit dem auf der Straße aufliegenden Reifen verbunden. Es wird angenommen, dass der Reifen starr ist und immer Kontakt zur Straße hat. Zudem wird angenommen, dass die Straße glatt ist und keine Steigung besitzt. Der Dämpfer und die Feder können dann wie in der Abbildung eingezeichnet als direkt mit der Straße verbunden angesehen werden. Auf die Masse wirkt die Gewichtskraft $F_{\mathrm{G}} = M \cdot g$, wobei g die Erdbeschleunigung ist. Die Vertikalbewegung des Schwerpunktes von M bezüglich der Straße soll mittels der eingezeichneten Koordinate $z(t)$ beschrieben werden. Dabei ist das Koordinatensystem von $z(t)$ so gewählt, dass es immer den gleichen Abstand zur Straße hat und dass $z(t) = 0$ ist, wenn die Feder entspannt ist und somit keine Federkräfte vorhanden sind. Mit dieser Konvention kann die Federkraft, welche immer entgegen der Vertikalauslenkung wirkt, durch den nichtlinearen Zusammenhang $F_{\mathrm{K}}(t) = u(t) \cdot (z(t))^3$ beschrieben werden, wobei $u(t)$ die verstellbare Federsteifigkeit darstellt, die als Stellgröße des aktiven Stoßdämpfersystems dient. Der Dämpfer verursacht eine Kraft $F_{\mathrm{D}}(t) = \mu \dot{z}(t)$, die der Vertikalgeschwindigkeit $\dot{z}(t)$ des Fahrzeugs entgegen wirkt. Dabei ist μ ein gegebener konstanter Wert.



(a) Leiten Sie die Zustandsdifferentialgleichung das aktiven Stoßdämpfersystems mit Eingang $u(t)$ und Ausgang $z(t)$ her. Wählen Sie als Zustand $x(t) = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^\top$, wobei $x_1(t)$ die Vertikalauslenkung $z(t)$ und $x_2(t)$ die Vertikalauslenkungsgeschwindigkeit $\dot{z}(t)$ beschreibt. *Hinweis: Die Gewichtskraft der Masse ist* ***nicht*** *zu vernachlässigen.*

3	

(b) Berechnen Sie die Ruhelage x_{ss}, in der das Stoßdämpfersystem zur Ruhe kommt, wenn $u(t)$ konstant auf dem Wert u_{ss} gehalten wird. *Hinweis:* x_{ss} *hängt von* M, g *und* u_{ss} *ab.*

2	

(c) Linearisieren Sie das System in der zuvor berechneten Ruhelage (x_{ss}, u_{ss}).

2	

(d) Ist das linearisierte System steuerbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

2	

points on page: 9	

Leeres Blatt für Zwischenrechnungen

points on page: 0	