

Bachelorarbeit

# Race Cars - Friction Model

Louis Findling

27. August 2015

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg im Breisgau  
Technische Fakultät  
Institut für Mikrosystemtechnik

## **Erklärung**

Hiermit erkläre ich, dass ich diese Abschlussarbeit selbständig verfasst habe, keine anderen als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel verwendet habe und alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten Schriften entnommen wurden, als solche kenntlich gemacht habe. Darüber hinaus erkläre ich, dass diese Abschlussarbeit nicht, auch nicht auszugsweise, bereits für eine andere Prüfung angefertigt wurde.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Symbole</b>	<b>1</b>
<b>1. Einleitung</b>	<b>2</b>
<b>2. Erstellung der Trajektorien</b>	<b>4</b>
<b>3. Überprüfung der Koeffizienten</b>	<b>7</b>
3.1. Modell . . . . .	7
3.2. Bestimmung der Koeffizienten . . . . .	8
<b>4. Reibungsapproximation</b>	<b>11</b>
4.1. Automodell . . . . .	11
4.2. Reifenmodell . . . . .	13
4.2.1. Theorie . . . . .	13
4.2.2. Mathematische Approximation . . . . .	14
<b>5. Motormodell</b>	<b>16</b>
<b>6. Ergebnisse</b>	<b>18</b>
6.1. Koeffizienten und Simulation . . . . .	18
6.2. Probleme und Lösungen . . . . .	20
<b>Zusammenfassung</b>	<b>24</b>
<b>Danksagung</b>	<b>26</b>
<b>A. Ergebnisse der Messreihen</b>	<b>27</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>29</b>

# Symbole

$X$	X-Position des Autos im globalen Koordinatensystem
$Y$	Y-Position des Autos im globalen Koordinatensystem
$\Psi$	Winkel des Autos bezüglich der x-Achse
$v_x$	Geschwindigkeit des Autos in Fahrtrichtung
$v_y$	Geschwindigkeit des Autos senkrecht zur Fahrtrichtung
$P_m$	Beschleunigung des Autos durch den Motor
$\delta$	Lenkwinkel des Autos (positiv für Lenkwinkel nach links)
$D$	Dutycycle des Motors
$l$	Länge des Autos
$l_r$	Länge vom Schwerpunkt zur hinteren Achse
$l_f$	Länge vom Schwerpunkt zur vorderen Achse

# 1. Einleitung

Die heutige Zeit ist von einer rasanten Weiterentwicklung der Technologie begleitet. Dieser stetige Fortschritt findet sich auch in der Automobilbranche wieder. Der Trend geht hierbei immer weiter in Richtung intelligenter Autos, welche die/den Fahrer/in in vielen Bereichen des Fahrens unterstützen oder sogar Aufgaben komplett selbstständig übernehmen.

## Autonomes Fahren

Nach einem Bericht der World Health Organization (WHO) sterben jährlich 1,24 Millionen Menschen in Folge eines Verkehrsunfalls. Ein möglicher Ansatz zur Reduktion ist ein Verkehrs-Sicherheits-System zu entwickeln, das menschliches Versagen und die damit verbundenen Folgen besser auffangen kann (vgl. [8]). Derzeit etablierte Systeme sind die automatische Einparkhilfe und Abstandswarner. In der letzten Zeit hält die Erfindung des automatischen Bremsassistenten Einzug, der bis zu einer Geschwindigkeit von 50 km/h selbstständig bremsen kann und so den Faktor des menschlichen Versagens auf Seiten des Fahrers auffangen könnte.

## Ziele

Die Bachelorarbeit beschäftigt sich mit den Race Cars der Firma Kyocho. Dies sind Modellautos im Maßstab von 1:43, welche auf einem Race Track fahren. Die Steuerung erfolgt über einen Controller, dessen Signale durch den Computer übersteuert werden. Die Berechnung der Signale erfolgt über einen Algorithmus, der die nächsten Steuerungssignale berechnet. Die Eingangsdaten werden mithilfe einer über dem Race Track angebrachten Kamera geliefert. Damit die Steuerung stabil erfolgt, wird auf dem Computer ein Modell des Race Cars programmiert, auf Grundlage dessen

die optimalen Inputs zum Verfolgen der vorgegebenen Trajektorie angepasst werden.

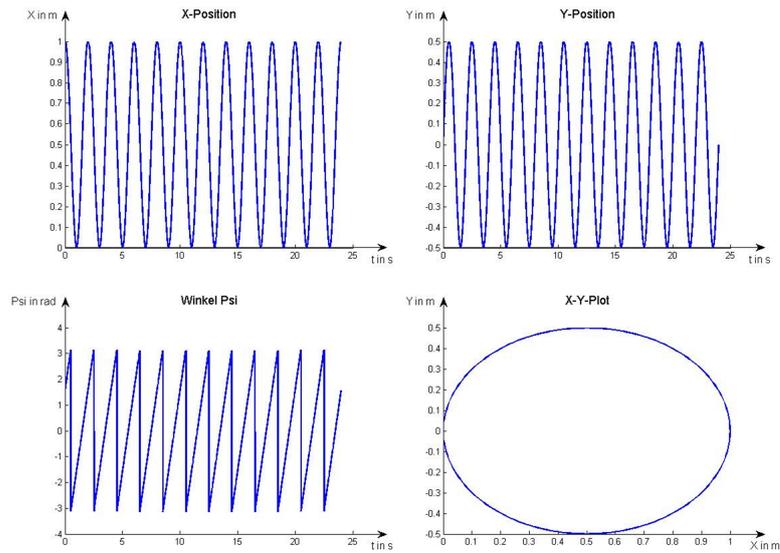
Das Ziel dieser Bachelorarbeit ist die Modellierung der Race Cars zu verbessern, da diese bislang keine Reibungseffekte erfasst. Mit der Implementierung kann ein realistischeres Modell erzeugt werden. Infolgedessen werden die berechneten Kontrollen, eine höhere Genauigkeit aufweisen, da sie besser die Realität widerspiegeln. Schlussendlich soll so die Performance des Setups verbessert werden.

## 2. Erstellung der Trajektorien

Die Trajektorienplanung erfolgt, damit das Auto eine vorgesehene Bahn fährt. Mit Hilfe des programmierten P-Controllers wird diese von dem Auto umgesetzt. Er benötigt vier Inputs, welche als Matrix gespeichert werden:

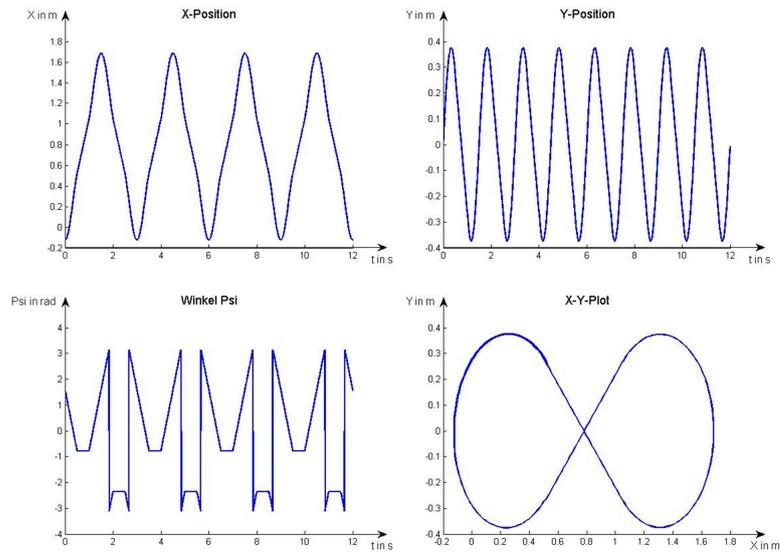
- die Zeitpunkte  $t$
- die X-Position
- die Y-Position
- den Winkel  $\Psi$

Die Zeitpunkte ergeben sich als Spaltenvektor. Definiert wird er durch die Sampling-Rate der Kamera, welche bei 50 Hz liegt. Folglich ergibt sich ein Zeitschritt zu  $\Delta t = 20$  ms. Die Position in kartesischen Koordinaten kann für einfache Trajektorien wie den Kreis über den Winkel ermittelt werden, welcher bei konstanter Geschwindigkeit kontinuierlich ansteigt. Da  $\Psi$  am Aufbau nur im Intervall  $[-\pi, \pi)$  definiert sind, wird  $\pi/4$  addiert, Modulo  $2\pi$  gerechnet und Winkel über  $\pi$  mit  $2\pi$  subtrahiert. Auf diese Weise wurden die Trajektorien für die Kreisbahnen erstellt. Die Koordinaten X und Y werden auf Grundlage des Winkels und des Radius  $r_C = 0,5$  m bestimmt. In Abbildung 2.1 ist ein Beispiel dargestellt.



**Abbildung 2.1.:** Die Trajektorie für einen Kreis mit 12 Umrundungen in 24 s

Für die Trajektorie einer Acht wurde die Voraussetzung eines stetigen  $\Psi$  getroffen. Diese Stetigkeit gilt für den Winkel ohne die Modulo-Rechenoperation. Mit Blick auf die Größe der Matte (2 m x 1,5 m) wurde der Radius auf  $r_e = 0,375$  m festgelegt. Hierbei ist auf den Geraden eine höhere Geschwindigkeit vorgesehen. Das Resultat der Berechnung ist in Abbildung 2.2 dargestellt.



**Abbildung 2.2.:** Die Trajektorie für eine liegende Acht mit 3 Runden in 12 s

Mithilfe der Trajektorien kann in den folgenden Experimenten eine Überprüfung des bisherigen Modells erfolgen. Bei der Kreisbahn ist die Beschleunigung unter einem Winkel relevant, welche das Auto ins Rutschen bringt und so eine bisher nicht erfasste Situation bringt. Zudem ergibt sich für die Geschwindigkeit ein Steady-State. Aus dieser Geschwindigkeit und dem Lenkwinkel  $\delta$  können einfach die Motorparameter bestimmt und die Differentialgleichung für  $\Psi$  durch die konstante Änderung überprüft werden. Über das Rutschen kann die Approximation für die im weiteren Verlauf der Arbeit dargelegte Bestimmung der Koeffizienten des Reibungsmodells erfolgen. Zum Abschluss stellt die Achter-Trajektorie mit der Verknüpfung von Beschleunigung, Abbremsen und Fahren in Winkeln einen Test für die Gültigkeit des Modells dar. Somit liefert sie neue Ansätze für Verbesserungen.

# 3. Überprüfung der Koeffizienten

Dieses Kapitel behandelt die Überprüfung des von Robin Verschueren bereits verwendeten Modells des Race Cars. Dabei werden erneut die Koeffizienten auf Grundlage der Messdaten bestimmt und bieten so einen Ansatz für die weitere Modellierung. Aufgezeigt werden gut approximierete Eigenschaften sowie einzelne Schwächen. Die Messungen erfolgen auf der Grundlage der geplanten Trajektorien, welche in unterschiedlichen Geschwindigkeiten durchfahren werden, um auch eine Veränderung einzelner Parameter mit dem Duty-Cycle bzw. der Geschwindigkeit zu ermitteln.

## 3.1. Modell

Das ursprüngliche Modell setzt sich aus vier Zuständen und zwei Inputs zusammen. Die Differentialgleichung zur Beschreibung des Autos sind im Folgenden gegeben. Eine Veränderung fand im Vorzeichen des Winkel  $\Psi$  statt, da sonst die berechneten Winkel das falsche Vorzeichen besitzen [7]:

$$\dot{X} = v \cdot \cos(\Psi + C_1\delta) \tag{3.1a}$$

$$\dot{Y} = v \cdot \sin(\Psi + C_1\delta) \tag{3.1b}$$

$$\dot{\Psi} = -v\delta C_2 \tag{3.1c}$$

$$\dot{v} = C_{m1}D - C_{m2}Dv - C_{r2}v^2 - C_{r0} - (v\delta)^2 \cdot C_2C_1 \tag{3.1d}$$

Die Koeffizienten der Gleichung wurden in der Masterarbeit von Robin Verschueren bereits wie in Tabelle 3.1 bestimmt

**Tabelle 3.1.:** Koeffizienten nach [7]

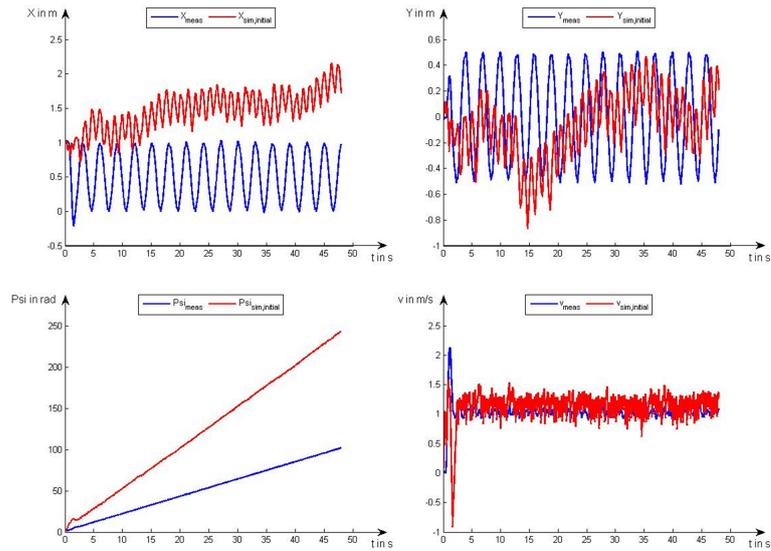
Koeffizient	Einheit	physikalische Entsprechung	Wert
$C_1$	-	$l_r/1$	0,5
$C_2$	1/s	1/1	17,06
$C_{m1}$	m/s <sup>2</sup>	Motorparameter	12,0
$C_{m2}$	1/s	Motorparameter	2,17
$C_{r0}$	1/m	Reibungsparameter 0. Ordnung	0,1
$C_{r2}$	m/s <sup>2</sup>	Reibungsparameter 2. Ordnung	0,6

## 3.2. Bestimmung der Koeffizienten

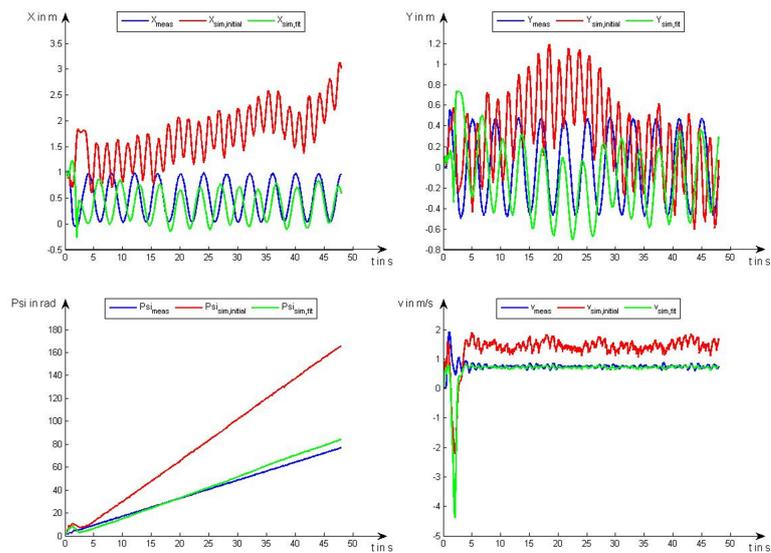
Mit den über die Trajektorien gewonnenen Messwerte und ein in Matlab programmiertem Modell werden die Simulationsergebnisse mit den tatsächlichen Messwerten verglichen. Darüber hinaus werden mithilfe des `lsqnonlin`-Befehls die Koeffizienten für die einzelnen Geschwindigkeiten angepasst. Somit ergeben sich Schlussfolgerungen, welche in die weitergehende Modellierung mit einfließen können.

Anhand der Messwerte für drei Trajektorien, Kreise mit einem Radius  $r = 0,5$  m und Referenzgeschwindigkeiten  $v_{ref} = [0,5; 0,75; 1]$  m/s, wird das Modell getestet. Die Ergebnisse sind in den Abbildungen 3.1 und 3.2 dargestellt.

### 3.2 Bestimmung der Koeffizienten



**Abbildung 3.1.:** Simulation des vorhandenen Modells für einen Kreis mit einer guten Modellierung der Geschwindigkeit ( $v_{ref} = 1 \text{ m/s}$ )



**Abbildung 3.2.:** Simulation des vorhandenen Modells für einen Kreis mit gefittetem Wert  $C_{m2} = 12$  und zugehöriger Simulation ( $v_{ref} = 0,75 \text{ m/s}$ )

Durch die Simulation ergibt sich, dass das Modell die Charakteristiken des Autos widerspiegelt. Zum einen ergibt sich ein annähernd linearer Anstieg der Phase, zum

anderen bewegt sich die Geschwindigkeit auf einen stabilen Wert zu. Die Positionen X und Y werden darüber hinaus in ihrem grundsätzlichen Verlauf abgebildet.

Probleme ergeben sich in Grenzsituationen wie dem Ausbrechen zu Beginn. Zudem kann es nur für einen kleinen Geschwindigkeitsbereich optimiert werden. Infolge dieser Erkenntnis ist für einzelnen Koeffizienten nur ein Bereich anzugeben, da das Modell hier eine gewisse Abhängigkeit nicht erfasst. Zu den Abhängigkeiten lässt sich feststellen, dass mit steigendem D oder steigender Geschwindigkeit  $v$  der Parameter  $C_{m2}$  sinkt. Die erhaltenen Werte in Tabelle 3.2 beziehen sich auf die gefahrenen Geschwindigkeiten. Für außerhalb der Messreihe gelegene  $v_{ref}$  können sich durchaus abweichende  $C_{m2}$  ergeben.

**Tabelle 3.2.:** Koeffizienten nach Optimierung

Koeffizient	Einheit	physikalische Entsprechung	Wert
$C_1$	-	$l_r/1$	0,5
$C_2$	1/s	1/l	17,06
$C_{m1}$	m/s <sup>2</sup>	Motorparameter	12,0
$C_{m2}$	1/s	Motorparameter	12...2
$C_{r0}$	1/m	Reibungsparameter 0. Ordnung	0,1
$C_{r2}$	m/s <sup>2</sup>	Reibungsparameter 2. Ordnung	0,6

Eine weitere Schwäche liegt in der Erfassung der Beschleunigung. Es setzt eine wesentlich geringere Dynamik als in der Realität voraus, bewegt sich aber auf den gleichen Steady-State zu, sofern die Koeffizienten an die Geschwindigkeit angepasst wurden. Darüber hinaus ergibt sich ein physikalisch wenig sinnvoller Ausschlag zu negativen Geschwindigkeiten. Eine Erweiterung des Modells zur Erfassung der Dynamik wird in Kapitel 5 eingehender betrachtet.

## 4. Reibungsapproximation

Für die Modellierung werden zwei Modelle verknüpft. Das erste soll die grundlegenden Fahreigenschaften des Autos widerspiegeln. Hierunter fallen die bisherigen Zustände mit der Erweiterung um eine Geschwindigkeit  $v_y$ . Im Reifenmodell wird schließlich die Fahrdynamik und die Reibung miteinbezogen, in dem der Rutschwinkel eine charakteristische Größe ist.

### 4.1. Automodell

Als Ausgang wird das in [7] beschriebene bicycle-Modell verwendet:

Für das neue Modellierung werden folgende Annahmen getroffen:

- Das Auto fährt Kurven im Steady-State, so dass gilt:  $F_{r,lat} = 0$
- Es gibt somit keinen Rutschwinkel am hinteren Rad
- Der Lenkwinkel  $\delta$  ist klein

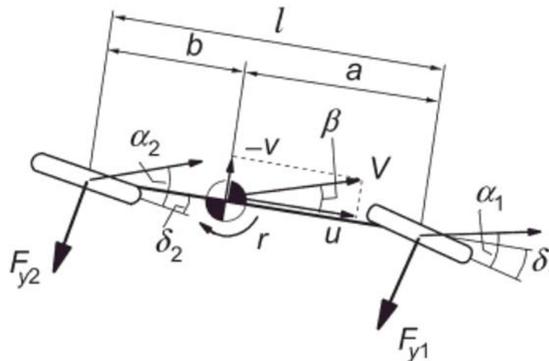


Abbildung 4.1.: Veranschaulichung des bicycle-Modells nach [5]

Somit ergeben sich die folgenden Gleichungen zur Beschreibung des Autos [7]:

$$\dot{X} = v_x \cdot \cos(\Psi) - v_y \cdot \sin(\Psi) \quad (4.1a)$$

$$\dot{Y} = v_x \cdot \sin(\Psi) + v_y \cdot \cos(\Psi) \quad (4.1b)$$

$$\dot{\Psi} = \omega \quad (4.1c)$$

$$\dot{v}_x = \frac{1}{m} \cdot (F_{r,x} + F_{drag} - F_{f,lat} \cdot \sin(\delta) - mv_y \omega) \quad (4.1d)$$

$$\dot{v}_y = \frac{1}{m} \cdot (F_{r,y} + F_{f,lat} \cdot \cos(\delta) + mv_x \omega) \quad (4.1e)$$

$$\dot{\omega} = l_f F_{f,lat} \cdot \cos(\delta) - l_r F_{r,y} \quad (4.1f)$$

Für das neue Modell werden die Zustände aus den Gleichungen (4.1a) und (4.1b) übernommen. Für den Winkel  $\Psi$  wird die vereinfachende Approximation nach Gleichung (3.1c) verwendet. Im Unterschied zur bisherigen Implementierung bleiben beide Zustände  $v_x$  und  $v_y$  erhalten. Für die Kraft  $F_{drag}$  gilt weiterhin die Modellierung nach Giancarlo Genta [2]:

$$F_{drag} = -C_{r0} - C_{r2} \cdot v_x^2 \quad (4.2)$$

Mit den getroffenen Annahmen ergibt sich das erste bicycle-Modell dieser Arbeit. Die beiden Approximationen für  $F_{lat}$  und  $P_m$  befinden sich im weiteren Verlauf des Kapitels und in Kapitel 5 (Motormodell).

$$\dot{X} = v_x \cdot \cos(\Psi) - v_y \cdot \sin(\Psi) \quad (4.3a)$$

$$\dot{Y} = v_x \cdot \sin(\Psi) + v_y \cdot \cos(\Psi) \quad (4.3b)$$

$$\dot{\Psi} = -v_x C_2 \delta \quad (4.3c)$$

$$\dot{v}_x = P_m - C_{r2} v_x^2 - C_{r0} - (v_x \delta)^2 C_2 C_1 - F_{f,lat} \delta + \omega v_y \quad (4.3d)$$

$$\dot{v}_y = F_{lat,f} \cdot \cos(\delta) - \omega v_x \quad (4.3e)$$

## 4.2. Reifenmodell

Die Abhängigkeit von  $F_{f,lat}$  wird im folgenden Abschnitt erläutert. Dabei wird der Reifen des Autos modelliert und die resultierende Kraft errechnet sich aus dem Rutschwinkel  $\alpha$ .

### 4.2.1. Theorie

In der Theorie sind verschiedene Effekte der Reibung zu beachten, welche die tatsächliche Beschreibung des Reibungsverhaltens eines Reifens durch Superposition ergeben. Die Erkenntnisse sind hauptsächlich aus [6], [4] und [3] entnommen. Alle Kräfte sind abhängig von der Normalkraft  $F_n$ , welche sich bei einer ebenen Fläche annähernd durch die Gewichtskraft ergibt.

Der erste Effekt ist die statische Reibung. Hierbei wird die Kraft bis zu einem endlichen Wert aufgefangen, ohne dass sich der Körper bewegt. Dies wird häufig auch als Haftreibung bezeichnet. Sobald der Körper sich in Bewegung setzt, wirkt diese entgegengesetzte Kraft nicht mehr. Es gilt:

$$F_s = \mu_s \cdot F_n \tag{4.4}$$

Die zweite Beschreibung der Reibung erfolgt über die Coulombwechselwirkung, welche unabhängig von der Geschwindigkeit ist. Sie ist ein dominanter Faktor, sobald der Körper in Bewegung ist. Die Kraft kann nach Gleichung (4.5) wie folgt beschrieben werden:

$$F_c = \mu_c \cdot F_n \tag{4.5}$$

Der letzte Effekt ist der Stribeck-Effekt. Dieser beschreibt die Reduktion der Reibung bei kleinen Geschwindigkeiten. Insgesamt ergibt sich somit eine Beschreibung, welche Abbildung 4.2 entnommen werden kann:

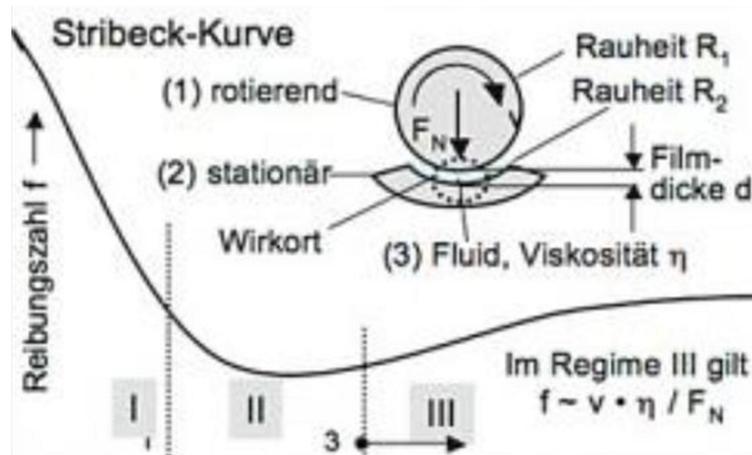


Abbildung 4.2.: Der qualitative Verlauf der Stribeck-Kurve nach [1]

In dieser Kurve ist ein Fluid zwischen Körper und Ebene angenommen. Dieses führt zu dem Anstieg der Reibung im dritten Regime. Ein derartiger Effekt würde zum Beispiel bei einer nassen Fahrbahn auftreten, ist jedoch im vorliegenden Setup nicht relevant. Die Kurve wurde unter Vernachlässigung des Effekts anhand experimenteller Daten angeglichen und mathematisch durch Pacejka's Magic Formula beschrieben. Diese wird im nächsten Abschnitt erläutert.

#### 4.2.2. Mathematische Approximation

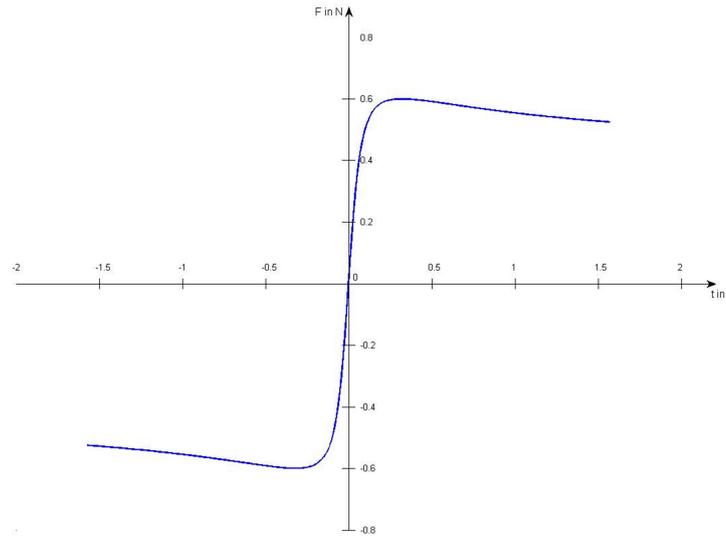
Die Magic Formula ist eine rein empirische Beschreibung der Reibungsdynamik von Reifen. Sie beinhaltet in einer gewissen Näherung alle Effekte, welche theoretisch wichtig für die Beschreibung der Reibungsdynamik sind. Dieser Abschnitt basiert auf [5] Hierzu wird zuerst der Rutschwinkel über die Geschwindigkeiten  $v_x$  und  $v_y$  definiert.

$$\alpha = \arctan\left(-\frac{v_y}{v_x}\right) \quad (4.6)$$

Ihr Verlauf ähnelt der durch die in der Theorie beschriebenen Effekte bestimmten Kurve. Die Magic Formula hat in der vereinfachten Form vier Parameter (B, C, D, E), mit denen das Modell bezüglich der Messdaten optimiert werden kann:

$$F_{lat} = F_n \cdot D \cdot \sin\{C \cdot \arctan\{B\alpha - E \cdot (B\alpha - \arctan(B\alpha))\}\} \quad (4.7)$$

Eine beispielhafte Kurve ist in Abbildung 4.3 dargestellt:



**Abbildung 4.3.:** Der beispielhafte Verlauf der Magic Formula mit  $B = 9$ ,  $C = 1,5$ ,  $D = 0,6$  und  $E = 0,7$

Die physikalische Bedeutung sowie deren Einfluss auf den Verlauf der Kurve soll im Folgenden erläutert werden. Der Parameter  $B$  ist die Steifigkeit. Sie hat großen Einfluss auf die Steigung um den Nullpunkt. Für größere  $B$  erhöht sich auch die Steigung.  $C$  ist die Ausprägung, d.h. mit diesem Parameter wird die Stärke der Krümmung zu Beginn des Piks festgelegt. Für hohe  $C$  nimmt diese Krümmung zu. Der Pik selbst wird über  $D$  definiert. Im Maximum erhält man genau diesen Wert. Im Unendlichen würde die Funktion gegen den Wert  $v_{\infty} = D \cdot \sin(C \frac{\pi}{2})$  gehen. Der letzte Parameter  $E$  bestimmt die Krümmung.  $E$  ist für Werte bis eins definiert und auch für negative Werte sinnvoll. Für betragsmäßig größere  $E$  nähert sich der Wert schneller  $v_{\infty}$  an.

## 5. Motormodell

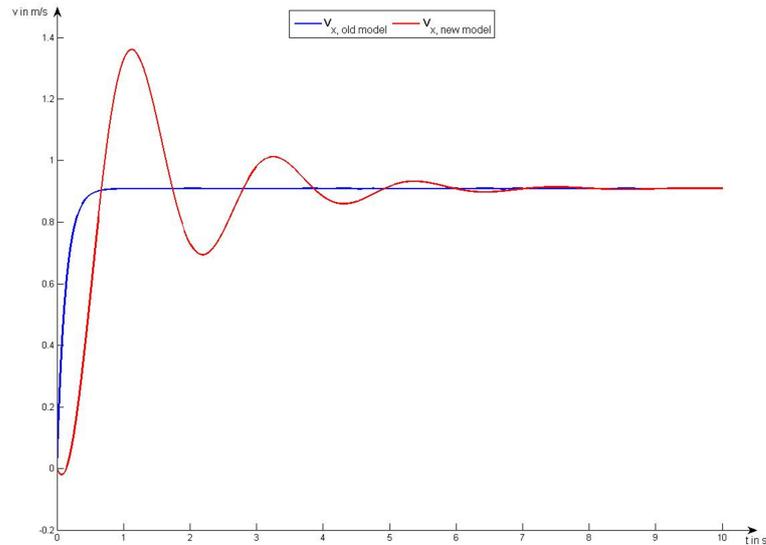
Das Motormodell, welches in dieser Sektion behandelt wird, ergibt sich auf Grundlage der bisherigen Modellierung. Bisher wurde vorausgesetzt, dass es keine Verzögerung zwischen den Eingangssignalen des Motors und dessen Ausgangsleistung gäbe, und die Beschleunigung augenblicklich anläge. Somit erfolgte die Beschreibung durch ein Proportionalglied, welches in den Simulationen zu einer Konvergenz gegen den tatsächlich gemessenen Wert führt:

$$P_m = C_{m1}D - C_{m2}Dv_x \quad (5.1)$$

Die folgende Approximation beinhaltet einen internen Zustand, um diese Verzögerung darzustellen. Auch bei dieser Modellierung gilt die Einschränkung durch den Parameter  $C_{m2}$ , der in Abhängigkeit der Referenzgeschwindigkeit variiert werden muss. Mit dieser Grundlage kann eine verzögerte Ausgangsleistung modelliert werden:

$$\dot{P}_m = A \cdot (-P_m + C_{m1}D - C_{m2}Dv_x) \quad (5.2)$$

Als Charakteristik ergibt sich eine verzögerte Annäherung an den durch die Inputs und Koeffizienten vorgegebenen Werte. Für den selben Steady-State haben beide Modelle identische Koeffizienten. Ein Vergleich beider in Form einer Step Response ist in Abbildung 5.1 dargestellt:



**Abbildung 5.1.:** Vergleich der Step Response der beiden Motormodelle in Bezug zu  $v_x$  bei gerader Fahrt und  $C_{m1} = 25$ ,  $C_{m2} = 25$  und  $D = 0,3$

Auffallend ist, dass es aufgrund der verzögerten Ausgangsleistung des Motors durch die Modellierung von  $F_{drag}$  ins Negative geht. Dieser Effekt ist im weiteren Verlauf der Modellierung nicht weiter relevant, sofern in der Definition des Winkels  $\alpha$  die Gleichung wie folgt erweitert wird:

$$\alpha = \arctan\left(-\frac{v_y}{|v_x|}\right) \quad (5.3)$$

Zudem kommt es durch die Verzögerung zu einem Überschwingen in Bezug auf den tatsächlichen Wert der Geschwindigkeit, was im folgenden Kapitel genauer betrachtet wird.

# 6. Ergebnisse

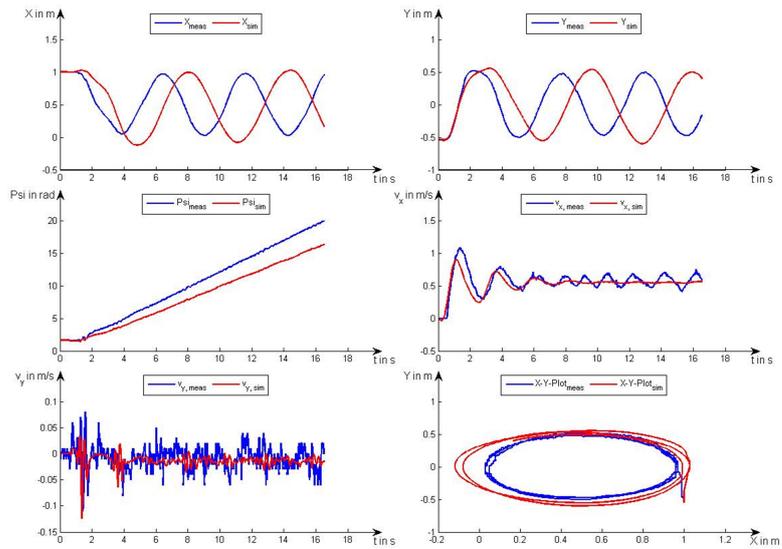
## 6.1. Koeffizienten und Simulation

Für das in den vorherigen Kapiteln erarbeitete Modell müssen die Koeffizienten für eine optimale Abbildung des realen Verhaltens bestimmt werden. Die zu bestimmenden Koeffizienten, werden mithilfe des Matlab-Befehls `lsqnonlin` an die tatsächlichen Zustände angepasst:

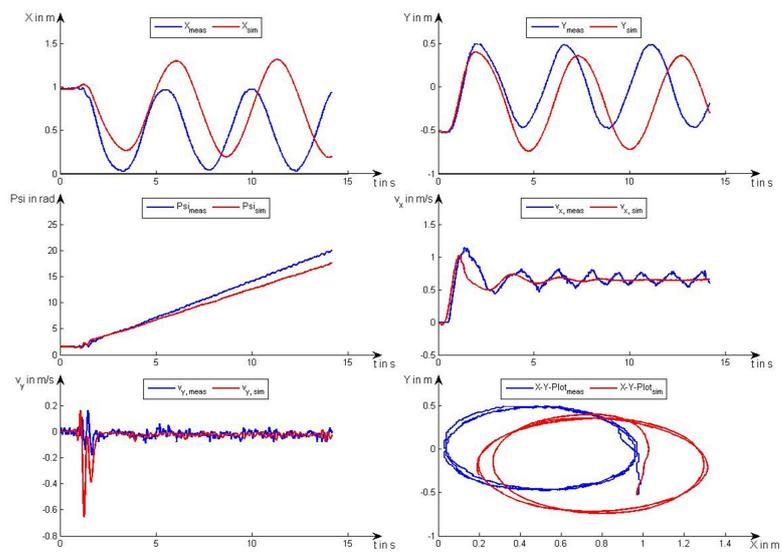
**Tabelle 6.1.:** Koeffizienten des ermittelten Modells

Koeffizient	Einheit	physikalische Entsprechung	Wert
$C_1$	-	$l_r/l$	0,5
$C_2$	1/s	1/l	17,06
$C_{m1}$	$m/s^2$	Motorparameter	25
$C_{m2}$	1/s	Motorparameter	47...14
A	-	Motorparameter (Periodendauer)	1,2
$C_{r0}$	1/m	Reibungsparameter 0. Ordnung	0,4
$C_{r2}$	$m/s^2$	Reibungsparameter 2. Ordnung	0,1
B	-	Reifenparameter (Steigung)	9
C	-	Reifenparameter (Ausprägung)	1,3
D	N	Reifenparameter (Pik)	1,9
E	-	Reifenparameter (Krümmung)	0,44

Ohne die Anpassung von  $\Psi$  und  $v_y$  ergeben sich die folgenden Ergebnisse mit für die jeweiligen Geschwindigkeiten angepasste  $C_{m2}$ :



**Abbildung 6.1.:** Vergleich der Simulation mit der Messung bei  $r = 0,5 \text{ m}$  und  $v_{ref} = 0,6 \text{ m/s}$



**Abbildung 6.2.:** Vergleich der Simulation mit der Messung bei  $r = 0,5 \text{ m}$  und  $v_{ref} = 0,7 \text{ m/s}$

Im Vergleich mit dem bisherigen Modellierung ist festzuhalten, dass das neue Motormodell vor allem bei geringen Geschwindigkeiten Vorteile besitzt. Es erfasst auch die

Dynamik und die daraus resultierenden Schwankungen von  $v_x$  erfasst. Bei höheren Geschwindigkeiten ergibt sich jedoch ein instabileres Bild, welches mit der bisherigen Implementierung vergleichbar ist. Der große Vorteil des erarbeiteten Modells ist, dass auch für längere Messungen eine Simulation möglich ist, ohne dass die Simulation divergiert, jedoch ist es gerade auch im Hinblick auf längere Simulationen wesentlich stabiler.

## 6.2. Probleme und Lösungen

Das Modell weist neben der bereits ermittelten Variation des Motorparameters  $C_{m2}$  zwei weitere Probleme auf, die im folgenden Abschnitt beleuchtet werden.

### Ausschläge bei der y-Geschwindigkeit

Die y-Geschwindigkeit wird durch hohe Drehraten  $\omega$  und hohe Geschwindigkeiten  $v_x$  bei den ermittelten Parametern teilweise zu hohen Ausschlägen getrieben, deren reale Entsprechung deutlich geringer ausfällt. Dieses Problem wurde durch eine Ermittlung eines Faktor vor dem Zusatzterm der y-Geschwindigkeit mit einer Abhängigkeit der x-Geschwindigkeit gelöst:

$$F_{inert} = -\omega_{factor} \cdot \omega v_x \quad (6.1)$$

Die nötigen Faktoren für eine gute Übereinstimmung zwischen Modell und Realität wurden in einer Messreihe bei unterschiedlichen Referenzgeschwindigkeiten und Lenkwinkeln getestet. Dabei ergab sich der Faktor zwischen 1 und 0,25. Die Messwerte sind in A dargestellt.

### Phasenabweichung

Mit zunehmender  $v_x$  ergibt sich eine Verschiebung der Phasenabweichung. Somit erfolgt auch eine inkorrekte Abbildung der Beschleunigungskräfte, welche das Auto zum Ausbrechen bringen. Es ist zu erkennen, dass der Faktor, mit dem die Phasenänderung  $\omega$  multipliziert werden muss, damit es eine gute Übereinstimmung zwischen den gemessenen und simulierten Werten gibt, mit zunehmender Geschwindigkeit

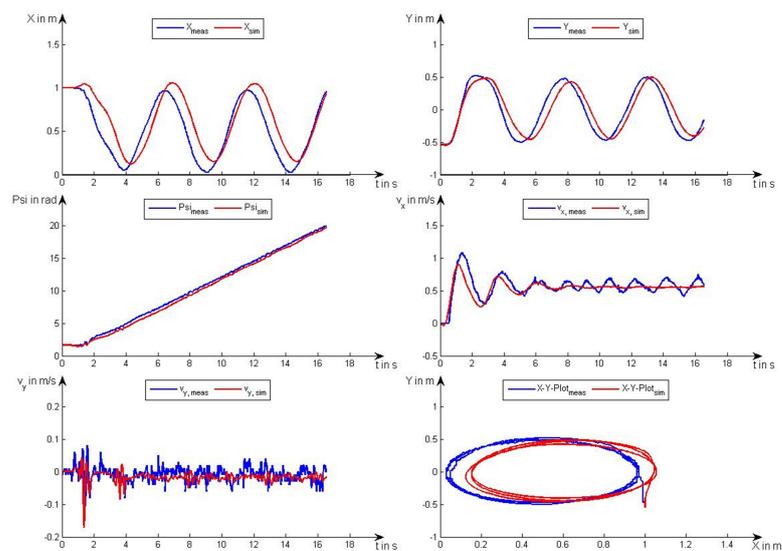
geringer wird:

$$\dot{\Psi} = -\Psi_{factor} \cdot v_x \delta C_2 \quad (6.2)$$

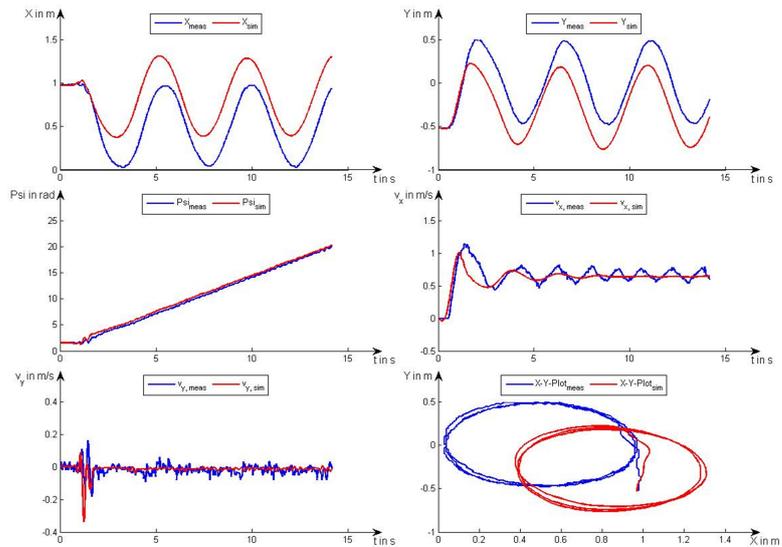
Eine mögliche Erklärung hierfür kann sein, dass entgegen des Modellierungsansatzes nicht die komplette x-Geschwindigkeit über die Vorderreifen umgelenkt wird und so eine Drehung erzeugt. Für höhere Geschwindigkeit kann ein Rutschen über die Vorderräder vermutet werden, welche schlussendlich zu einer Verringerung der Phasenänderung führen. Ein geeigneter Faktor wurde ebenfalls in Abhängigkeit der Kontrollen und Geschwindigkeit in der in A befindlichen Tabelle angegeben.

## angepasste Simulationen

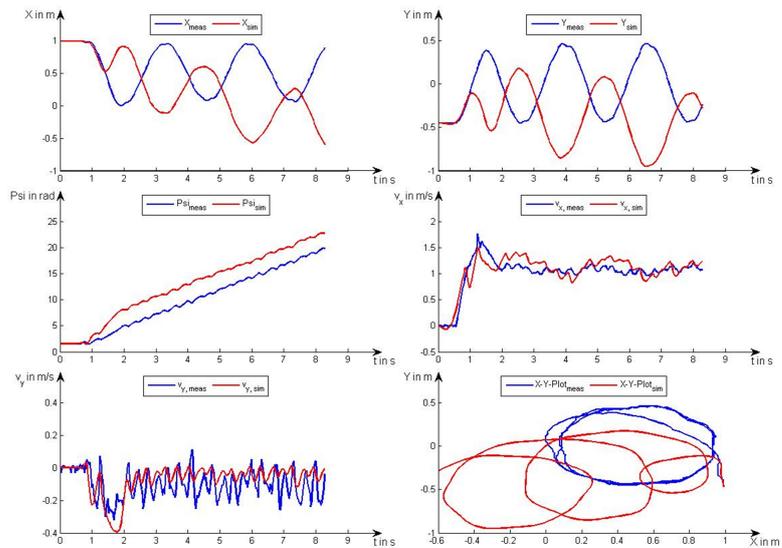
Die Simulationen mit angepassten Koeffizienten sind in den Abbildungen 6.3 und 6.4 dargestellt. Zudem wurde der Kreis bei einer schnelleren Fahrt bei  $v_{ref} = 1,2$  m/s simuliert (6.5):



**Abbildung 6.3.:** Vergleich der Simulation mit der Messung bei  $r = 0,5$  m und  $v_{ref} = 0,6$  m/s



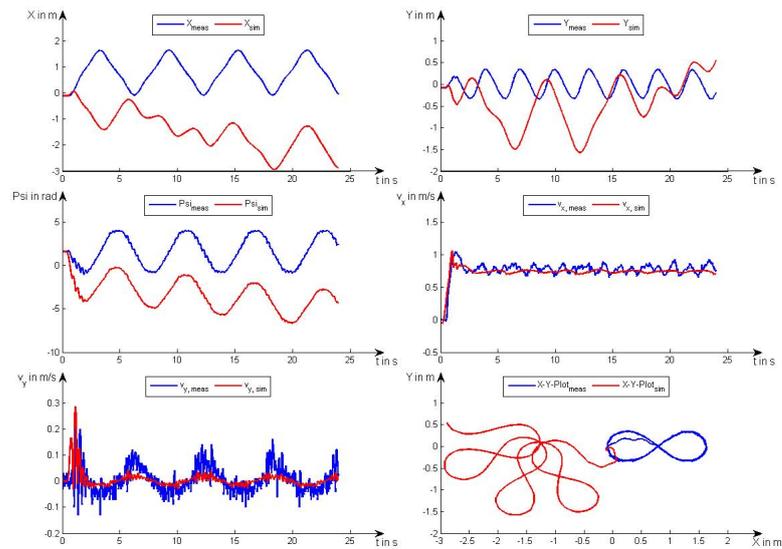
**Abbildung 6.4.:** Vergleich der Simulation mit der Messung bei  $r = 0,5 \text{ m}$  und  $v_{ref} = 0,7 \text{ m/s}$



**Abbildung 6.5.:** Vergleich der Simulation mit der Messung bei  $r = 0,5 \text{ m}$  und  $v_{ref} = 1,2 \text{ m/s}$

Beim Betrachten der langsameren Fahrten ist der gute Fit der einzelnen Zustände und folglich auch der X- und Y-Positionen zu beobachten. Lediglich in der Beschleunigungsphase ergibt sich eine kleinere Abweichung, welche zu einer Verschiebung der

stabilen Kreisbahn führt. Mit einer Erhöhung der Geschwindigkeit geht auch eine größere Ungenauigkeit des Modells einher. Es kommt zu einem stabilen Offset der Phase, welcher in der Beschleunigungsphase entstanden ist. Für eine Simulation beginnend in der stabilen Kreisbahn ergäbe sich eine recht genaue Prädiktion der Position. Die selben Charakteristika sind beim Fahren einer liegenden Acht zu beobachten (6.6):



**Abbildung 6.6.:** Vergleich der Simulation mit der Messung bei einer liegenden Acht mit 4 Runden in 24 s

Hierbei ist das Verbesserungspotential der Modellierung noch einmal ersichtlich. Hervorzuheben ist jedoch, dass die Simulation im Gegensatz zur alten Modellierung auch über diesen Zeitraum hinweg konvergiert.

# Zusammenfassung

Zu Beginn der Bachelorarbeit steht bereits das slip-free-bicycle Modell zur Verfügung, mit dem die Steuerung realisiert wird. Für eine Verbesserung wurden neue Trajektorien berechnet, um die Mängel zu analysieren. Ausgehend von den Ergebnissen erfolgte eine Weiterentwicklung, welche eine Implementierung eines Modells für die Reibung umfasst. Somit kann eine genauere Beschreibung des Autos und dessen Dynamik erfolgen. Hierzu wurde zuerst die Modellierung des Autos um eine  $y$ -Geschwindigkeit erweitert. Anschließend wurde die Reibung der Reifen mithilfe Pacejka's Magic Formula approximiert. Zudem wurden auch bestehende Ansätze hinterfragt. Daraus ergab sich eine neue Modellierung des Motors, welcher dessen Dynamik besser beschreibt und so eine genauere Prädiktion der Geschwindigkeit ermöglicht. Zum Abschluss der Arbeit wurde eine Messreihe durchgeführt und ausgewertet. Hieraus ließen sich Erkenntnisse für weiter verbliebene Ungenauigkeiten erzielen und es wurden Koeffizienten für verschiedene Geschwindigkeiten und Lenkwinkel ermittelt.

## Ausblick

Über die in Anhang A erhaltenen angepassten Koeffizienten kann eine detailliertere Modellierung erfolgen, da das in dieser Bachelorarbeit erarbeitete Modell nicht alle Abhängigkeiten berücksichtigt. Über einen empirischen Fit wäre es unter Umständen möglich diese Abhängigkeiten in ein bessere Beschreibung münden zu lassen, welche zuverlässig bei jeder Geschwindigkeit die Position voraussagt. Eine weitere Möglichkeit der Verbesserung liegt in der erweiterten Beschreibung der Reibung durch eine Modellierung der Reibung an den Hinterrädern.

Des Weiteren ist eine Modellierung in einem Zweispurmodell ein möglicher Verbesserungsansatz, da sich dieser weit mehr an den realen Gegebenheiten orientiert. Somit könnten viele Effekte besser erfasst werden. Mit der höheren Genauigkeit würde auch

die Modellierung der Masse samt Ladungsverteilung eine Verbesserung darstellen, um eine sehr genaue Beschreibung zu erreichen.

# Danksagung

Die Bachelorarbeit wäre in ihrem Aufbau nicht möglich gewesen ohne die Unterstützung einiger Personen. Zuerst möchte ich mich bei Prof. Dr. M. Diehl bedanken, der mir die Möglichkeit gegeben hat, an diesem Projekt in Form der Bachelorarbeit mitzuarbeiten. Ein weiterer Dank geht an Robin Verschueren, der bei Fragen rund um das Projekt immer ansprechbar war und einen Blick auf meine Arbeit hatte. Als letztes möchte ich Daniel Müller danken, der mich zu Beginn mit dem Setup vertraut gemacht hat und auch bei weitergehenden technischen Fragen eine Ansprechperson war.

# A. Ergebnisse der Messreihen

In diesem Anhang sind die Tabellen mit den Messwerten (Referenzgeschwindigkeit  $v_{ref}$ , mittlere Geschwindigkeit  $\bar{v}$ , mittlerer Lenkwinkel  $\bar{\delta}$  und mittlerer Duty-Cycle  $\bar{D}$ ) mit den ermittelten Modellparametern ( $C_{m1}$ ,  $C_{m2}$ , Faktor der Phase  $\Psi_{faktor}$  und Faktor für die Winkelgeschwindigkeit  $\omega_{faktor}$ ) angegeben.

## Radius $r = 0,5 \text{ m}$

$v_{ref}$ in $\frac{m}{s}$	$\bar{v}$ in $\frac{m}{s}$	$\bar{\delta}$ in rad	$\bar{D}$	$C_{m1}$ in $\frac{m}{s^2}$	$C_{m2}$ in $\frac{1}{s}$	$\Psi_{faktor}$	$\omega_{faktor}$
0,5	0,49	-0,104	0,15	25	43	$\frac{1}{0,87}$	1,0
0,6	0,58	-0,106	0,16	25	41	$\frac{1}{0,82}$	1,0
0,7	0,66	-0,108	0,17	25	35	$\frac{1}{0,85}$	0,5
0,8	0,75	-0,110	0,18	25	30	$\frac{1}{0,85}$	0,4
0,9	0,82	-0,127	0,19	25	27	$\frac{1}{0,94}$	0,4
1,0	0,90	-0,158	0,21	25	23	$\frac{1}{1,18}$	0,35
1,1	1,00	-0,233	0,23	25	21	$\frac{1}{1,45}$	0,35
1,2	1,07	-0,211	0,24	25	18	$\frac{1}{1,65}$	0,25
1,3	1,15	-0,260	0,25	25	17	$\frac{1}{1,75}$	0,25
1,4	1,18	-0,330	0,27	25	14	$\frac{1}{2}$	0,25

## Radius $r = 0,4 \text{ m}$

$v_{ref}$ in $\frac{m}{s}$	$\bar{v}$ in $\frac{m}{s}$	$\bar{\delta}$ in rad	$\bar{D}$	$C_{m1}$ in $\frac{m}{s^2}$	$C_{m2}$ in $\frac{1}{s}$	$\Psi_{faktor}$	$\omega_{faktor}$
0,5	0,46	-0,144	0,16	25	47	$\frac{1}{0,85}$	1,0
0,6	0,54	-0,144	0,17	25	43	$\frac{1}{0,84}$	1,0
0,7	0,61	-0,149	0,18	25	39	$\frac{1}{0,84}$	0,7
0,8	0,70	-0,152	0,18	25	32	$\frac{1}{0,90}$	0,45
0,9	0,74	-0,174	0,20	25	30	1	0,4
1,0	0,80	-0,223	0,22	25	26	$\frac{1}{1,2}$	0,4
1,1	0,85	-0,210	0,23	25	24	$\frac{1}{1,25}$	0,4
1,2	0,94	-0,270	0,24	25	23	$\frac{1}{1,55}$	0,3

# Literaturverzeichnis

- [1] H. Czichos and K.-H. Habig, editors. *Tribologie-Handbuch: Tribometrie, Tribomaterialien, Tribotechnik*. Springer Vieweg, 4th ed edition, 2015.
- [2] G. Genta. *Motor Vehicle Dynamics: Modeling and Simulation*. World Scientific, 1997.
- [3] R. N. Jazar. *Vehicle Dynamics: Theory and Application*. Springer Verlag, 2nd ed edition, 2013.
- [4] K. L. Johnson. *Contact Mechanics*. Cambridge University Press, 1987.
- [5] H. Pacejka. *Tire and Vehicle Dynamics*. Elsevier, 3rd ed edition, 2012.
- [6] R. Rajamani. *Vehicle Dynamics and Control*. Springer Verlag, 2nd ed edition, 2012.
- [7] R. Verschueren. Design and implementation of a time-optimal controller for model race cars. Master's thesis, KU Leuven, 2014.
- [8] World Health Organization. Global status report on road safety 2013, 2013. URL [http://www.who.int/violence\\_injury\\_prevention/road\\_safety\\_status/2013/en/](http://www.who.int/violence_injury_prevention/road_safety_status/2013/en/). Zugriff am 22.08.2015.