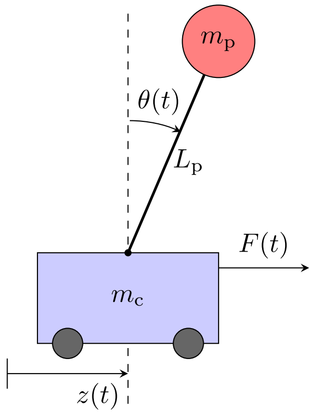
Übungsblatt 12: Zustandsschätzer

(keine Abgabe)

Prof. Dr. Moritz Diehl, Dr. Jörg Fischer und Lukas Klar

Nützliche Python-Befehle für dieses Blatt sind:
`np.linalg.matrix_rank; sr1.nlsim.`

1. Betrachten Sie ein invertiertes Pendel auf einem Wagen



mit den Parametern

$m_\mathrm{c} = 1$	Masse des Wagens in kg;	$m_\mathrm{p} = 0.2$	Masse des Pendels in kg;
$L_\mathrm{p} = 0.4$	Länge des Pendels in m;	$v_\mathrm{c} = 0.2$	Reibungskonstante in $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m\,s}}$;
$F(t)$	Kraft zur Steuerung in N;	$z(t)$	Position des Wagens in m;
$\theta(t)$	Winkel des Pendels in rad;	$g = 9.81$	Fallbeschleunigung in $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Das System besitzt den Zustandsvektor $x(t) = [z(t)\ \dot{z}(t)\ \theta(t)\ \dot{\theta}(t)]^\top$ und den Eingang $u(t) = F(t)$.

Die linearisierte Systemdynamik ist durch die DGL $\dot{x} = A\,x + B\,u$,

mit $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.2 & 1.962 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.5 & 29.43 & 0 \end{bmatrix}$ und $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -2.5 \end{bmatrix}$ gegeben.

Außerdem wurde für die Zustandsregelung eine Matrix $K = \begin{bmatrix} -0.2184 & -0.7607 & -18.9594 & -3.0243 \end{bmatrix}$ gefunden, sodass der geschlossene Kreis $A - BK$ Polstellen bei -1, -1.5, -2 und -2.5 besitzt.

(a) Betrachten die Sie die zwei Ausgangssignale

$$y_1(t) = z(t) + L\sin\theta(t), \qquad \text{absolute Position der Pendelmasse,}$$
$$y_2(t) = \theta(t), \qquad \text{Winkel der Pendelmasse.}$$

Linearisieren Sie die Ausgangsgleichungen und wählen Sie den Ausgang, welchen am geeignetsten finden, um das System zu beobachten. Begründen Sie ihre Wahl.

(b) Welche Bedingung muss eine Beobachtermatrix L erfüllen, damit sie zum gewählten Regler K gut passt?

(c) Verwenden Sie von jetzt ab die Matrizen $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0.4 & 0 \end{bmatrix}$ und $L = \begin{bmatrix} 0.1465 & 7.5182 & 21.6337 & 124.7544 \end{bmatrix}^\top$. Fügen sie die Differenzialgleichungen des Schätzers ins Modell ein und simulieren Sie das geregelte (lineare) System. Plotten Sie die realen Zustände zusammen mit den geschätzten Zuständen. Gehen Sie in der Simulation davon aus, dass der Schätzer den tatsächlichen Startwert der Strecke nicht kennt. Initialisieren Sie daher den Schätzer bei $\hat{\theta}_0 = -0.1$ und das System bei $\theta_0 = 0.3$. Alle anderen Zustände sollen bei 0 starten.