

Übungsgruppe: 1 Adil Younas

2 Vanessa Graf

3 Max Schlichting

Name: _____ Matrikelnummer: _____ Punkte: / 9

Füllen Sie bitte Ihre Daten ein und machen Sie jeweils genau ein Kreuz bei der richtigen Antwort. Sie dürfen Extrapapier für Zwischenrechnungen nutzen, aber bitte geben Sie am Ende nur dieses Blatt ab. Richtige Antworten zählen 1 Punkt, falsche, keine oder mehrere Kreuze 0 Punkte.

1. Ein LTI-System wird durch die E/A-Differentialgleichung $18\ddot{y} + 3\dot{y} + 6y = 12\dot{u} + 9u$ beschrieben. Welcher Übertragungsfunktion $G(s)$ entspricht es?

(a) <input type="checkbox"/> $\frac{18s^2+3s+6}{12s+9}$	(b) <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{4s+3}{6s^2+s+2}$	(c) <input type="checkbox"/> $\frac{12s^2+9s}{18s^3+3s^2+6s}$	(d) <input type="checkbox"/> $\frac{6s^2+s+2}{4s+3}$
---	---	---	--

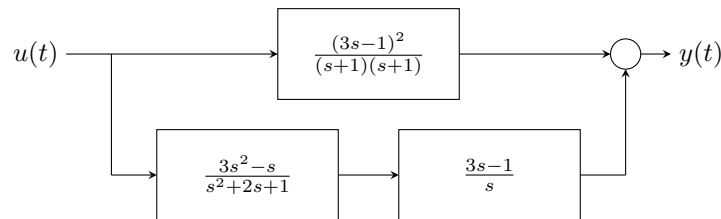
Laplace-Transformation:

$$18s^2Y + 3sY + 6Y = 12sU + 9U$$

$$(6s^2 + 3s + 2)Y = (4s + 3)U$$

$$G(s) = \frac{Y}{U} = \frac{4s + 3}{6s^2 + 3s + 2}$$

2. Betrachten Sie das durch das folgende Blockschaltbild repräsentierte System.



Welcher Übertragungsfunktion $G(s)$ entspricht es?

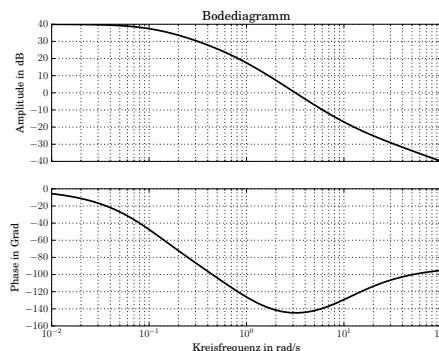
(a) <input type="checkbox"/> $\frac{18s^3+12s^2-2s}{s^3+2s^2+s}$	(b) <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{18s^3-12s^2+2s}{s^3+2s^2+s}$	(c) <input type="checkbox"/> $\frac{9s^4+6s^2+s}{s^3+2s^2+s}$	(d) <input type="checkbox"/> $\frac{9s^2+6s+1}{s(s+1)^2}$
--	---	---	---

$$Y = \frac{(3s^2 - s)(3s - 1)}{(s^2 + 2s + 1)s}U + \frac{(3s - 1)^2}{(s + 1)^2}U$$

$$Y = \left(\frac{(3s^2 - s)(3s - 1)}{(s^2 + 2s + 1)s} + \frac{(3s - 1)^2}{(s + 1)^2} \right) U$$

$$G(s) = \frac{18s^3 - 12s^2 + 2s}{s^3 + 2s^2 + s}$$

3. Betrachten Sie das folgende Bodediagramm.

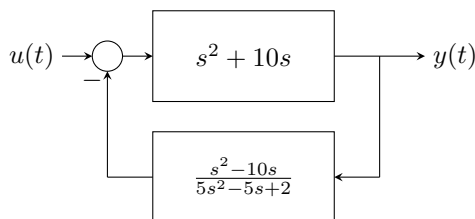


Welcher Übertragungsfunktion entspricht es?

(a) <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{s+10}{s^2+s+0.1}$	(b) <input type="checkbox"/> $\frac{s+10}{s+0.1}$	(c) <input type="checkbox"/> $\frac{s^2+100}{s^2+s+1}$	(d) <input type="checkbox"/> $\frac{s+80}{s^2+s+2}$
--	---	--	---

Gesamtphasendrehung -90° : Polüberschuss = 1
 Nähert sich 40 dB für kleine ω : Statische Verstärkung = 100
 Nullstelle bei -10
 Verstärkung geht gegen $-\infty$ für große ω
 $\Rightarrow G(s) = \frac{s+10}{s^2+s+0.1}$

4. Betrachten Sie das durch das folgende Blockschaltbild repräsentierte System.



Welcher Übertragungsfunktion $G(s)$ entspricht es?

(a) <input type="checkbox"/> $\frac{s^2-10s}{s^4-95s^2+2}$	(b) <input type="checkbox"/> $\frac{5s^4+45s^3-48s^2+20s}{104s^2-5s+2}$	(c) <input type="checkbox"/> $\frac{s^2-10s}{s^4+100s^2+1}$	(d) <input type="checkbox"/> $\frac{5s^4+45s^3-48s^2+20s}{s^4-95s^2-5s+2}$
--	---	---	--

$$Y = (s^2 + 10s) \cdot \left(U - \left(\frac{s^2 - 10s}{5s^2 - 5s + 2} \right) Y \right)$$

$$Y + \frac{(s^2 + 10s)(s^2 - 10s)}{5s^2 - 5s + 2} Y = (s^2 + 10s)U$$

$$G(s) = \frac{s^2+10s}{1 + (s^2 + 10s) \frac{s^2-10s}{5s^2-5s+2}}$$

$$= \frac{5s^4 + 45s^3 - 48s^2 + 20s}{s^4 - 95s^2 - 5s + 2}$$

5. Ein LTI-System wird durch die E/A-Differentialgleichung $4\ddot{y} + 16\dot{y} - 12y = 12\dot{u} - 36u$ beschrieben. Der statische Verstärkungsfaktor ist

(a) <input type="checkbox"/> -3	(b) <input checked="" type="checkbox"/> 3	(c) <input type="checkbox"/> $\frac{1}{3}$	(d) <input type="checkbox"/> $-\frac{1}{3}$
---------------------------------	---	--	---

$$G(s) = \frac{4s^2 + 16s - 12}{12s - 36}$$

$$G(0) = \frac{-36}{-12} = 3$$

6. Wie lautet die Laplace-Transformierte $F(s)$ von $f(t) = te^{2t}$.

(a) <input type="checkbox"/> $\frac{1}{(s+2)^2}$	(b) <input type="checkbox"/> $\frac{1}{s-2}$	(c) <input type="checkbox"/> $\frac{-1}{(s-2)^2}$	(d) <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{1}{(s-2)^2}$
--	--	---	---

$$F(s) = \int_0^\infty te^{2t}e^{-st}dt = \int_0^\infty te^{(2-s)t}dt$$

$$= \left[\frac{te^{-(s-2)t}}{-(s-2)} \right]_0^\infty - \int_0^\infty \frac{e^{-(s-2)t}}{-(s-2)}dt$$

$$= 0 - \left[\frac{e^{-(s-2)t}}{(s-2)^2} \right]_0^\infty$$

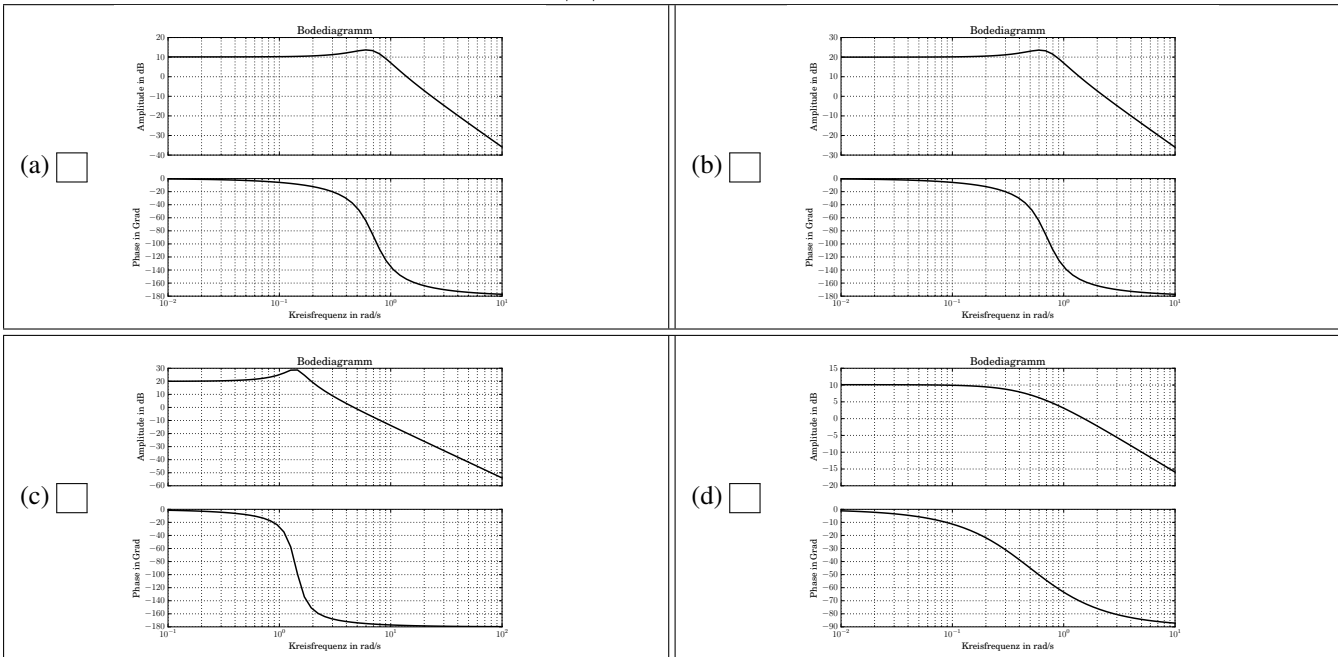
$$= \frac{1}{(s-2)^2}$$

7. Ein LTI-System wird durch die Zustandsgleichung $\dot{x} = Ax + Bu$, $y = Cx + Du$ beschrieben, mit $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 8 & -6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $C = [-3 \quad 9]$, $D = [0]$. Welcher Übertragungsfunktion $G(s)$ entspricht es?

- | | | | |
|---|--|--|---|
| (a) <input type="checkbox"/> $\frac{8s-6}{4s^2-8s}$ | (b) <input type="checkbox"/> $\frac{3s-9}{s^2+6s-8}$ | (c) <input type="checkbox"/> $\frac{9s+3}{s^2+6s-8}$ | (d) <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{9s-3}{s^2+6s-8}$ |
|---|--|--|---|

$$\begin{aligned}
 I) & \quad sX_1 = X_2 \\
 II) & \quad sX_2 = 8X_1 - 6X_2 + U \\
 III) & \quad Y = -3X_1 + 9X_2 \\
 I \text{ in } s \cdot II & \quad s^2X_2 = 8X_2 - 6sX_2 + sU \\
 \Rightarrow & \quad X_2 = \frac{sU}{s^2 + 6s - 8} \\
 \text{in } I \Rightarrow & \quad X_1 = \frac{U}{s^2 + 6s - 8} \\
 \text{in } III \Rightarrow & \quad Y = \frac{-3U}{s^2 + 6s - 8} + \frac{9sU}{s^2 + 6s - 8} \\
 \Rightarrow & \quad G(s) = \frac{9s - 3}{s^2 + 6s - 8}
 \end{aligned}$$

8. Betrachten Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{40}{s^2+s+4}$, welches Bode-Diagramm entspricht ihr?



Polüberschuss = 2: Gesamtphasendrehung = -180°
 Statische Verstärkung = 10: Nähert sich 20 dB für kleine ω
 Pole: $s_{1/2} = -\frac{1}{2} \pm j\sqrt{\frac{15}{4}}$: Knickfrequenz $\approx 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow$ Plot c)

9. Welches System wird durch die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{6s^2-s-2}{s^2-7s+6}$ beschrieben?

- | | |
|--|---|
| (a) <input type="checkbox"/> $\ddot{u} - 7\dot{u} + 6u = 6\ddot{y} - \dot{y} - 2y$ | (b) <input type="checkbox"/> $\dot{y} - 7y + 6 = 6\dot{u}y - u - 2$ |
| (c) <input type="checkbox"/> $\dot{u} - 7u + 6 = 6\ddot{y} - y - 2$ | (d) <input checked="" type="checkbox"/> $\ddot{y} - 7\dot{y} + 6y = 6\ddot{u} - \dot{u} - 2u$ |

$$\begin{aligned}
 \frac{Y}{U} &= \frac{6s^2 - s - 2}{s^2 - 7s + 6} \\
 Y(s^2 - 7s + 6) &= U(6s^2 - s - 2) \\
 s^2Y - 7sY + 6Y &= 6s^2U - sU - 2U \\
 \ddot{y} - 7\dot{y} + 6y &= 6\ddot{u} - \dot{u} - 2u
 \end{aligned}$$