

Übungsgruppe: 1 Adil Younas

2 Vanessa Graf

3 Max Schlichting

Name: _____ Matrikelnummer: _____ Punkte: / 9

Füllen Sie bitte Ihre Daten ein und machen Sie jeweils genau ein Kreuz bei der richtigen Antwort. Sie dürfen Extrapapier für Zwischenrechnungen nutzen, aber bitte geben Sie am Ende nur dieses Blatt ab. Richtige Antworten zählen 1 Punkt, keine oder mehrere Kreuze 0 Punkte.

1. Ein Fahrzeug muss einen steilen Berg hinauffahren. Der Zustand des Systems ist gegeben durch die Position p und die Geschwindigkeit v . Der Eingang des Systems ist die Antriebskraft u . Es gilt $\dot{v} = 0.01 \cos(2p) + 0.2u$. Linearisieren Sie das System um $p_{ss} = \frac{\pi}{4}$, $v_{ss} = 1$ und $u_{ss} = 0$ Bringen Sie das System in die Form $\dot{x} = Ax + Bu$. Geben Sie A und B an.

(a) <input type="checkbox"/>	$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.02 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.2 \end{bmatrix}$	(b) <input type="checkbox"/>	$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.01 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.2 \end{bmatrix}$
(c) <input type="checkbox"/>	$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.02 & 0.2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.2 \end{bmatrix}$	(d) <input type="checkbox"/>	$A = \begin{bmatrix} -0.01 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.2 \end{bmatrix}$

2. Welche Lösung $x(t)$ hat die Differentialgleichung $-\frac{1}{2}\dot{x}(t) = x(t) + \frac{1}{2}u(t)$ mit dem Anfangswert $x(0) = -2$?

(a) <input type="checkbox"/>	$-2e^{-2t} - e^{-2t} \int_0^t e^{-2\tau} u(\tau) d\tau$	(b) <input type="checkbox"/>	$-e^{-2t}(2 + \int_0^t e^{2\tau} u(\tau) d\tau)$
(c) <input type="checkbox"/>	$2e^{2t} - e^{2t} \int_0^t e^{-2\tau} u(\tau) d\tau$	(d) <input type="checkbox"/>	$e^{2t}(2 + \int_0^t e^{-2\tau} u(\tau) d\tau)$

3. Die Temperatur der Flamme eines Bunsenbrenners wird durch T beschrieben. Die Stärke der Flamme kann man durch das Drehen des Ventils regulieren, dabei ist der Drehwinkel $\theta > 0$ die Steuergröße. Die Temperatur der Flamme wird durch folgende Gleichung $\dot{T} = k_1\theta - k_2(T - T_0)^3$ angegeben, wobei k_1, k_2 und T_0 positive Konstanten sind. Wie groß ist die Temperatur T_{ss} , die sich bei einem konstanten Winkel θ_{ss} einstellt?

(a) <input type="checkbox"/>	$\frac{k_1\theta_{ss}}{k_2} + T_0$	(b) <input type="checkbox"/>	$\sqrt[3]{\frac{k_1\theta_{ss} + T_0}{k_2}}$	(c) <input type="checkbox"/>	$k_1\theta_{ss} + T_0k_2$	(d) <input type="checkbox"/>	$\sqrt[3]{\frac{k_1\theta_{ss}}{k_2}} + T_0$
------------------------------	------------------------------------	------------------------------	--	------------------------------	---------------------------	------------------------------	--

4. Berechnen Sie $(-3 + 6j)/(2 - 4j)$. Das Ergebnis ist gegeben durch:

(a) <input type="checkbox"/>	1.5	(b) <input type="checkbox"/>	-1.5
(c) <input type="checkbox"/>	$0.9 + 1.2j$	(d) <input type="checkbox"/>	$0.9 - 1.2j$

5. Dividieren Sie $a = -2e^{-5j}$ durch $b = \frac{2}{5}e^{4j}$. Das Ergebnis ist gegeben durch:

(a) <input type="checkbox"/>	$-5e^{-20j}$	(b) <input type="checkbox"/>	$5e^{20j}$	(c) <input type="checkbox"/>	$-5e^{9j}$	(d) <input type="checkbox"/>	$-5e^{-9j}$
------------------------------	--------------	------------------------------	------------	------------------------------	------------	------------------------------	-------------

6. Wie lautet der Imaginärteil von $e^{(a+bj+cj^2)t}$?

(a) <input type="checkbox"/>	$e^{(a-c)t} \cdot \sin(bt)$	(b) <input type="checkbox"/>	$e^{(a+c)t} \cdot \sin(bt)$	(c) <input type="checkbox"/>	$e^{(a-c)t} \cdot \cos(bt)$	(d) <input type="checkbox"/>	$e^{(a+c)t} \cdot \cos(bt)$
------------------------------	-----------------------------	------------------------------	-----------------------------	------------------------------	-----------------------------	------------------------------	-----------------------------

7. Multiplizieren Sie die beiden Matrizen A_1 und A_2 mit $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ und $A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$

(a) <input type="checkbox"/>	$\begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 18 & -8 \end{bmatrix}$	(b) <input type="checkbox"/>	$\begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 18 & -8 \end{bmatrix}$	(c) <input type="checkbox"/>	$\begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 18 & 8 \end{bmatrix}$	(d) <input type="checkbox"/>	$\begin{bmatrix} -8 & 4 \\ -18 & 8 \end{bmatrix}$
------------------------------	---	------------------------------	--	------------------------------	--	------------------------------	---

8. Die Lotka-Volterra Gleichungen beschreiben die Beziehung einer Raubtierpopulation $x_1(t)$ zu seiner Beutetierpopulation $x_2(t)$. Sie werden durch zwei nichtlineare DGL beschrieben: $\dot{x}_1(t) = -ax_1(t) + bx_1(t)x_2(t) - u(t)$ und $\dot{x}_2(t) = cx_2(t) - dx_1(t)x_2(t)$. Linearisieren Sie das System um $x_{ss} = [\frac{c}{d}, 1 + \frac{a}{b}]^T$ und $u_{ss} = \frac{bc}{d}$. Geben Sie die Matrizen A und B des linearisierten Systems $\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + B\tilde{u}$ an.

(a) <input type="checkbox"/>	$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{bc}{d} \\ \frac{da}{b} & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	(b) <input type="checkbox"/>	$A = \begin{bmatrix} b-a & b \\ -d & c-d \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$
(c) <input type="checkbox"/>	$A = \begin{bmatrix} b & \frac{bc}{d} \\ -d + \frac{da}{b} & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$	(d) <input type="checkbox"/>	$A = \begin{bmatrix} b & \frac{bc}{d} \\ -d(1 + \frac{a}{b}) & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$

9. Bestimmen Sie das Produkt $A^T \cdot x$ von $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$ und $x = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$.

(a) <input type="checkbox"/>	$\begin{bmatrix} 8 \\ -8 \end{bmatrix}$	(b) <input type="checkbox"/>	$\begin{bmatrix} -8 \\ 8 \end{bmatrix}$	(c) <input type="checkbox"/>	$\begin{bmatrix} 4 \\ -12 \end{bmatrix}$	(d) <input type="checkbox"/>	$\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$
------------------------------	---	------------------------------	---	------------------------------	--	------------------------------	--