Vorlesung Systemtheorie und Regelungstechnik I (SR1)
Albert-Ludwigs-Universität Freiburg – Sommersemester 2019

Matlab Übung Blatt III - Simulation eines Traktors mit Anhänger

Prof. Dr. Moritz Diehl, Jochem De Schutter

Auf diesem Blatt soll ein Traktor (schwarz) mit Anhänger (grün) simuliert werden. Nutzen Sie hierzu zunächst die bereits bekannte `nlsim()`-Funktion, sowie anschließend die Matlab Control System Toolbox. Das Traktormodell ist wie folgt gegeben:

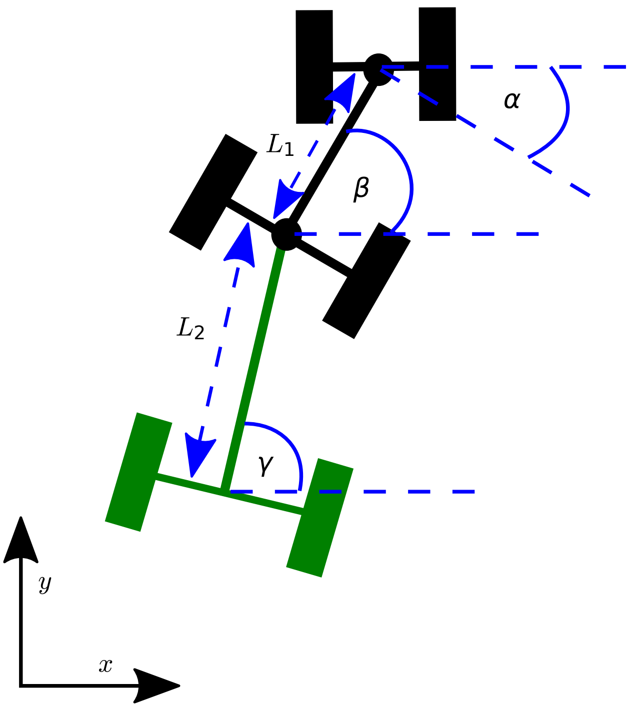

Abbildung 1: Skizze des Traktors mit Anhänger

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_T(t) \\ y_T(t) \\ \beta(t) \\ \gamma(t) \end{bmatrix}, \; u(t) = \alpha(t), \; y(t) = \begin{bmatrix} x_T(t) \\ y_T(t) \\ x_A(t) \\ y_A(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_T(t) \\ y_T(t) \\ x_T(t) - L_2\cos(\gamma) \\ y_T(t) - L_2\sin(\gamma) \end{bmatrix}$$

$$\dot{x} = f(x,u) = \begin{bmatrix} V\cos(\beta) \\ V\sin(\beta) \\ \frac{V}{L_1}\tan(\alpha) \\ \frac{V}{L_2}\cos(\beta - \gamma - \frac{\pi}{2}) \end{bmatrix}$$

Dabei ist $V = 5\,\mathrm{m/s}$, $L_1 = 6\,\mathrm{m}$ und $L_2 = 4\,\mathrm{m}$.

1. **Simulation mit `nlsim()`**

   (a) Simulieren sie das System über einen Zeitraum von 10 s. Dabei beträgt der Steuerungsinput $u(t) = 0.3\,\mathrm{rad}$. Der Anfangszustand ist gegeben durch $x_0 = [0\ 0\ 0\ 0]^\mathrm{T}$.

   Nutzen Sie zur Simulation die Funktion `nlsim()`, die bereits von Übungsblatt 3 bekannt ist. `nlsim()` ist keine Matlab-eigene Funktion und kann auf der Kursseite heruntergeladen werden (siehe Übungsblatt 3). `nlsim()` benötigt außerdem die Funktion `rk()`, die sich im gleichen Ordner befindet. Dort ist auch ein Beispiel zur Benutzung gegeben.
   Verwenden Sie Zeitschritte von $\Delta t = 0{,}01\,\mathrm{s}$.

   Hinweis: Erstellen Sie zunächst die beiden Funktionen $f(x,u)$ und $y(x,u)$. Erstellen Sie dann ein Skript, in welchem Sie x_0, Δt sowie u definieren und anschließend `nlsim()` *aufrufen.*

(b) Erstellen Sie einen Plot der Trajektorien von $x(t)$ und $y(t)$. Plotten Sie auch die Positionen des Traktors und des Anhängers in einem X-Y-Plot. Damit die x-Achse und die y-Achse gleich skaliert werden kann der Befehl `axis equal` benutzt werden. Erscheinen die Ergebnisse sinnvoll?

(c) Zur Veranschaulichung animieren Sie nun den Traktor mit Anhänger. Verwenden Sie `animation(...)`.
Hinweis: `help(animation)`.

(d) Wiederholen Sie die Simulation und Animation für einen rückwärts fahrenden Traktor. Passen Sie hierzu die Geschwindigkeit des Traktors in der ODE an zu $V = -5\,\mathrm{m/s}$. Was fällt Ihnen auf?

2. **Simulation mit der Control System Toolbox**

Die Matlab Control System Toolbox stellt Funktionen zum Entwurf sowie zur Analyse linearer Steuerungs- und Regelungssysteme zur Verfügung. In dieser Aufgabe untersuchen Sie die Stabilität des Traktor-Anhänger Systems. Betrachten Sie hierzu ein reduziertes Modell des Systems aus Aufgabe 1 bestehend aus:

$$x(t) = \begin{bmatrix} \beta(t) \\ \gamma(t) \end{bmatrix},\ u(t) = \alpha(t),\ y(t) = \begin{bmatrix} \gamma(t) \end{bmatrix}$$
$$\dot{x} = f(x,u) = \begin{bmatrix} \frac{V}{L_1}\tan(\alpha) \\ \frac{V}{L_2}\cos(\beta - \gamma - \frac{\pi}{2}) \end{bmatrix}$$

(a) Linearisieren Sie das System zunächst um den Gleichgewichtspunkt $x_{ss} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $u_{ss} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$.
Berechnen Sie die Matrizen A, B, C, D des linearisierten Zustandsraummodells.

(b) Erstellen Sie nun mithilfe der Control System Toolbox das Zustandsraummodell. Nutzen Sie hierzu den Befehl `ss(...)`.

(c) Überprüfen Sie das erhaltene System auf Stabilität.
Hinweis: Berechnen Sie zunächst die Eigenwerte und Eigenvektoren. (`isstable(...)`, `eig(...)`).

(d) Wiederholen Sie die Schritte (a) - (c) für den rückwärts fahrenden Traktor aus Aufgabe 1.

(e) Simulieren Sie die Systeme für Vorwärts- und Rückwärtsfahrt mithilfe der Control System Toolbox. Nutzen Sie den Eingang aus Aufgabe 1.
Hinweis: `lsim(...)`.

(f) Plotten Sie die Zustände $\beta(t)$ und $\gamma(t)$ der simulierten Systeme. Erscheinen die Ergebnisse sinnvoll? Vergleichen Sie die Ergebnisse mit den Zuständen aus der nichtlinearen Simulation.

(g) Animieren Sie die Modelle für Vorwärts- und Rückwärtsfahrt. Beachten Sie, dass der Zustandsvektor reduziert wurde auf $x \in \mathbb{R}^{2\text{x}1}$. Für die Animation definieren Sie sich einen Simulationszustand $\tilde{x} \in \mathbb{R}^{4\text{x}1}$ und setzen die x- und y-Position des Traktors auf 0.
Hinweis: $\tilde{x} = \begin{bmatrix} 0 \mid 0 \mid x_1 \mid x_2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$.