

Übungsblatt 5: Verzögerungsglieder und LTI-Systeme in MATLAB®

Prof. Dr. Moritz Diehl, Jochem De Schutter

1. (MATLAB®) Mit der in MATLAB integrierten Control System Toolbox lassen sich LTI-Systeme sehr bequem analysieren. In dieser Übung wollen wir die Toolbox verwenden, um das folgende System zu analysieren

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -4 & 3 & -3 \\ -1 & -1 & -2 \\ -2 & 4 & -4 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} u(t), \quad y(t) = [3 \quad 1 \quad 0] x(t) + u(t).$$

- (a) Geben Sie das System in MATLAB ein. (0,5 P.)

TIPP: Ein Zustandsraummodell kann mit Hilfe des Befehls `ss(...)` erzeugt werden.

- (b) Plotten Sie die Sprungantwort des Systems unter Verwendung des Befehls `step(...)`. Wie lange benötigt das System zum Einschwingen (2% settling time)?

TIPP: Durch Rechtsklicken auf den Plot der Sprungantwort sind viele hilfreiche Funktionen verfügbar. (1 P.)

- (c) Simulieren Sie die Systemantwort auf den Anfangswert $x_0 = [1; -1; 1]$ mit Hilfe des `initial(...)` Befehls. (0,5 P.)

- (d) Plotten Sie die Systemantworten auf Rechtecksignale mit den Frequenzen $f \in \{0.1 \text{ Hz}, 1 \text{ Hz}, 10 \text{ Hz}\}$. Das Rechtecksignal soll zwischen 0.5 und -0.5 wechseln.

TIPP: Simulieren Sie das System mit `lsim(...)`. Dies ist eine Simulationsroutine der Control System Toolbox für lineare Systeme und sollte nicht mit `nlsim(...)` verwechselt werden, welches in den vorherigen Übungsblättern zur Simulation nichtlinearer Systeme verwendet wurde.

TIPP: Ein Rechtecksignal mit vorgegebener Frequenz kann in MATLAB erzeugt werden, indem Sie zunächst mit `linspace(...)` einen Zeitvektor für zwei Perioden des Signals mit 100 Zeitpunkten erstellen. Durch Verwendung von `square(...)` lässt sich aus diesem Vektor das Rechtecksignal erzeugen. Damit `square(...)` benutzt werden kann muss die Signal Processing Toolbox installiert werden. Zur Installation wird in MATLAB über Home → Add-Ons der Add-On Explorer gestartet. Im Add-On Explorer kann nun die Signal Processing Toolbox gesucht und daraufhin installiert werden. Alternativ dazu kann auch ein Sinus-Signal erzeugt werden und mit `sign(...)` das Vorzeichen extrahiert werden sodass ein Rechtecksignal entsteht. (1 P.)

2. Untersuchen Sie die Systeme mit folgenden Differentialgleichungen:

I. $\ddot{y} + 2\dot{y} + y = u$

II. $\ddot{y} + y = u - \dot{y}$

III. $2\ddot{y} + 8\dot{y} = 2u - 2y$

IV. $4\ddot{y} + 2\dot{y} = u - y$

- (a) Zu welcher Gruppe von regelungstechnischen Übertragungsgliedern gehören die Systeme? (0,5 P.)

- (b) Berechnen Sie jeweils die Zeitkonstante T und die Dämpfung d . (1 P.)

- (c) Bringen Sie alle Systeme in Zustandsraumdarstellung (zB. Regelungsnormalform). (1 P.)

- (d) Wie wird die Ausgangstrajektorie eines Systems für (0,5 P.)

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ 1 & \text{für } t \geq 0 \end{cases} \quad \text{und} \quad y(0) = \dot{y}(0) = \ddot{y}(0) = \dots = 0 \quad \text{genannt?}$$

- (e) (MATLAB®) Simulieren Sie die Sprungantwort der Systeme I bis IV für 20 Sekunden und plotten Sie den Verlauf von $y(t)$ aller Systeme in dasselbe Fenster. (1 P.)

- (f) Welche Auswirkung hat die Dämpfung auf das Systemverhalten? (1 P.)

- (g) *(MATLAB®) Plotten Sie die Ausgangstrajektorie von System II mit einer halb so schnellen Zeitskala, also in 'Zeitlupe', zusammen mit der unveränderten Ausgangstrajektorie von System IV im selben Fenster.

TIPP: `plot(2*t, y2, 'x', t, y4, 's')`. (*0,5 P.)

- (h) *Welche Auswirkung hat die Zeitkonstante auf das Systemverhalten? (*0,5 P.)

3. Gegeben ist folgendes System in Eingangs-Ausgangsdarstellung:

$$\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 2y(t) = u(t).$$

- (a) Berechnen Sie das charakteristische Polynom des Systems. (0,5 P.)

- (b) Geben Sie an, wie viele und welche Polstellen das System hat. (0,5 P.)

- (c) Ist das System stabil? Begründen Sie Ihre Antwort. (0,5 P.)

- (d) Bringen Sie das System in die Regelungsnormalform. (0,5 P.)