Vorlesung Systemtheorie und Regelungstechnik I (SR1)
Albert-Ludwigs-Universität Freiburg – Sommersemester 2016

Übungsblatt 5: Verzögerungsglieder und LTI-Systeme in MATLAB®

Prof. Dr. Moritz Diehl, Dr. Jörg Fischer und Lukas Klar

1. Gegeben ist folgendes System in Eingangs-Ausgangsdarstellung:

$$\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 2y(t) = u(t).$$

   (a) Berechnen Sie das charakteristische Polynom des Systems. (0,5 P.)

   (b) Geben Sie an, wie viele und welche Polstellen das System hat. (0,5 P.)

   (c) Ist das System stabil? Begründen Sie Ihre Antwort. (0,5 P.)

   (d) Bringen Sie das System in die Regelungsnormalform. (0,5 P.)

2. (MATLAB®) Mit der in `MATLAB` integrierten Control System Toolbox lassen sich LTI-Systeme sehr bequem analysieren. In dieser Übung wollen wir die Toolbox verwenden, um das folgende System zu analysieren

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -4 & 3 & -3 \\ -1 & -1 & -2 \\ -2 & 4 & -4 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} u(t), \qquad y(t) = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + u(t)\,.$$

   (a) Geben Sie das System in `MATLAB` ein. (0,5 P.)
   TIPP: Ein Zustandsraummodell kann mit Hilfe des Befehls `ss(...)` erzeugt werden.

   (b) Plotten Sie die Sprungantwort des Systems unter Verwendung des Befehls `step(...)`. Wie lange benötigt das System zum Einschwingen (2% settling time)?
   TIPP: Durch Rechtsklicken auf den Plot der Sprungantwort sind viele hilfreiche Funktionen verfügbar. (1 P.)

   (c) Simulieren Sie die Systemantwort auf den Anfangswert $x_0 = [1; -1; 1]$ mit Hilfe des `initial(...)` Befehls. (0,5 P.)

   (d) Plotten Sie die Systemantworten auf Rechtecksignale mit den Frequenzen $f \in \{0.1\,\text{Hz}, 1\,\text{Hz}, 10\,\text{Hz}\}$. Das Rechtecksignal soll zwischen 0.5 und -0.5 wechseln.
   TIPP: Simulieren Sie das System mit `lsim(...)`. Dies ist eine Simulationsroutine der Control System Toolbox für lineare Systeme und sollte nicht mit `nlsim(...)` verwechselt werden, welches in den vorherigen Übungsblättern zur Simulation nichtlinearer Systeme verwendet wurde.
   TIPP: Ein Rechtecksignal mit vorgebbarer Frequenz kann in `MATLAB` erzeugt werden, indem Sie zunächst mit `linspace(...)` einen Zeitvektor für zwei Perioden des Signals mit 100 Zeitpunkten erstellen. Durch Verwendung von `sin(...)` und `sign(...)` lässt sich aus diesem Vektor das Rechtecksignal erzeugen. (1 P.)

3. Untersuchen Sie die Systeme mit folgenden Differentialgleichungen:

   I. $\ddot{y} + 2\dot{y} + y = u$
   II. $\ddot{y} + y = u - \dot{y}$
   III. $2\ddot{y} + 8\dot{y} = 2u - 2y$
   IV. $4\ddot{y} + 2\dot{y} = u - y$

   (a) Zu welcher Gruppe von regelungstechnischen Übertragungsgliedern gehören die Systeme? (0,5 P.)

   (b) Berechnen Sie jeweils die Zeitkonstante T und die Dämpfung d. (1 P.)

   (c) Bringen Sie alle Systeme in Zustandsraumdarstellung (zB. Regelungsnormalform). (1 P.)

   (d) Wie wird die Ausgangstrajektorie eines Systems für (0,5 P.)

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ 1 & \text{für } t \geq 0 \end{cases} \quad \text{und} \quad y(0) = \dot{y}(0) = \ddot{y}(0) = \cdots = 0 \quad \text{genannt?}$$

   (e) (MATLAB®) Simulieren Sie die Sprungantwort der Systeme I bis IV für 20 Sekunden und plotten Sie den Verlauf von $y(t)$ aller Systeme in dasselbe Fenster. (1 P.)

   (f) Welche Auswirkung hat die Dämpfung auf das Systemverhalten? (1 P.)

   (g) *(MATLAB®) Plotten Sie die Ausgangstrajektorie von System II mit einer halb so schnellen Zeitskala, also in 'Zeitlupe', zusammen mit der unveränderten Ausgangstrajetorie von System IV im selben Fenster.
   TIPP: `plot(2*t, y2, 'x', t, y4, 's').` (*0,5 P.)

   (h) *Welche Auswirkung hat die Zeitkonstante auf das Systemverhalten? (*0,5 P.)