

Auch die relative Resonanzüberhöhung und Form des Bode-Diagramms hängt nur von  $d$  ab, denn es gilt mit  $\omega_0 = \frac{1}{T}$

$$G(j\omega) = \frac{k_s}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j2d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}.$$

An der Stelle  $\omega = 0$  gilt einfach nur  $G(0) = k_s$ , und an der Stelle  $\omega = \omega_0$  gilt

$$G(j\omega_0) = -j\frac{k_s}{2d},$$

was für kleine  $d$  beinahe dem Maximum des Amplitudengangs entspricht, das für  $|d| < \frac{1}{\sqrt{2}}$  bei  $\omega^* = \omega_0\sqrt{1 - 2d^2}$  angenommen wird. Für höhere Absolutwerte der Dämpfung gibt es keine Resonanzüberhöhung mehr. Die Bode-Diagramme von  $PT_2$ -Gliedern mit Zeitkonstante  $T = 1$  und unterschiedlich großen Dämpfungswerten sind in Abbildung 7.4 gezeigt.

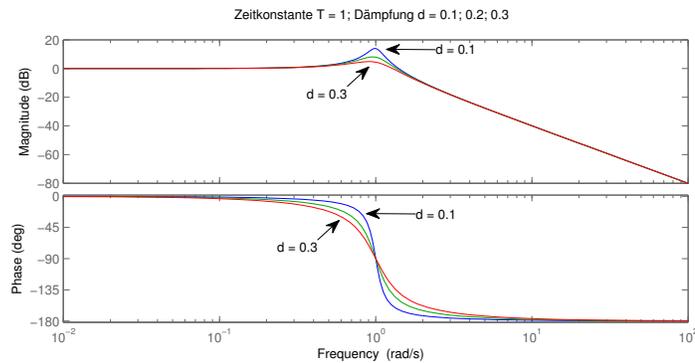


Abbildung 7.4: Bode-Plot eines  $PT_2$ -Gliedes mit  $k_s = 1$ ,  $T = 1$ s, und schwacher Dämpfung  $d = 0.1, 0.2, 0.3$  ( $G_{0.1}(s) = \frac{1}{1+0.2s+s^2}$ ,  $G_{0.2}(s) = \frac{1}{1+0.4s+s^2}$ ,  $G_{0.3}(s) = \frac{1}{1+0.6s+s^2}$ ).

### 7.4.1 Polstellen und Zeitverhalten des $PT_2$ -Gliedes

Das Verhalten des  $PT_2$ -Gliedes kann man auf viele verschiedene Weisen visualisieren: als Pol-Nullstellen-Diagramm, als Bode-Diagramm, als Nyquist-Plot, oder als Zeitverlauf der Sprungantwort. Um ein besseres Gefühl für den Zusammenhang der Pol-Orte mit dem Zeitverlauf der Sprungantwort zu bekommen, illustrieren wir in den Abbildungen 7.5, 7.6 und 7.7 die Veränderung der Sprungantwort und des Amplitudengangs bei Radial-, Horizontal- und Vertikalverschiebungen der Pole. Ausgangspunkt ist jeweils A, während B, C und D verschobene Polorte sind. Die Graphiken sind der einfachen Lesbarkeit halber jeweils in der gleichen Weise angeordnet wie die Polorte in der komplexen Ebene.

Bei einer Radialverschiebung der Pole, die man durch Veränderung von  $T$  bzw.  $\omega_0$  aber konstantes  $d$  erhält, ändert man eigentlich nur die Geschwindigkeit der Bewegung bei einem ansonsten identischen Zeitverlauf, wie die Figur C in Abb. 7.6 illustriert. Insbesondere bleibt der Overshoot identisch.

Bei einer Linksverschiebung der Pole, die man durch Erhöhung der Dämpfung  $d$  und gleichzeitige Erhöhung der Frequenz  $\omega_0$  erhält, so dass  $\omega_0\sqrt{1-d^2}$  konstant bleibt, bleibt die Frequenz der Oszillationen identisch, während die Höhe des Overshoots abnimmt. Dies wird durch Figur D in Abb. 7.6 illustriert.

Bei einer Verschiebung der Pole nach oben und unten, weg von der reellen Achse – was man dadurch erreicht, dass man  $\omega_0$  erhöht und  $d$  vermindert, so dass das Produkt  $d\omega_0$  konstant bleibt – behält man die gleiche Einhüllende der Sprungantwort, während sich die Frequenz der Oszillationen erhöht (siehe Figur B in Abb. 7.6).

Die entsprechenden Bode-Diagramme sind in Abb. 7.7 gezeigt. Man beachte, dass A und C bis auf eine horizontale Verschiebung identisch sind. Man beachte auch, dass sowohl C und B als auch D und A die gleichen Asymptoten haben.

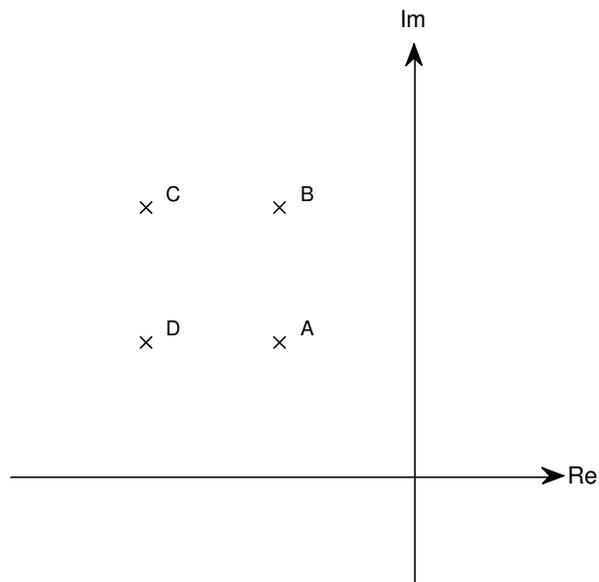


Abbildung 7.5: Polstellen, die in Bezug auf A verschoben sind: radial (C), weg von der Re-Achse nach oben (B) und weg von der Im-Achse nach links (D). Die konjugiert komplexen Polstellen wurden der besseren Übersicht wegen nicht eingezeichnet.

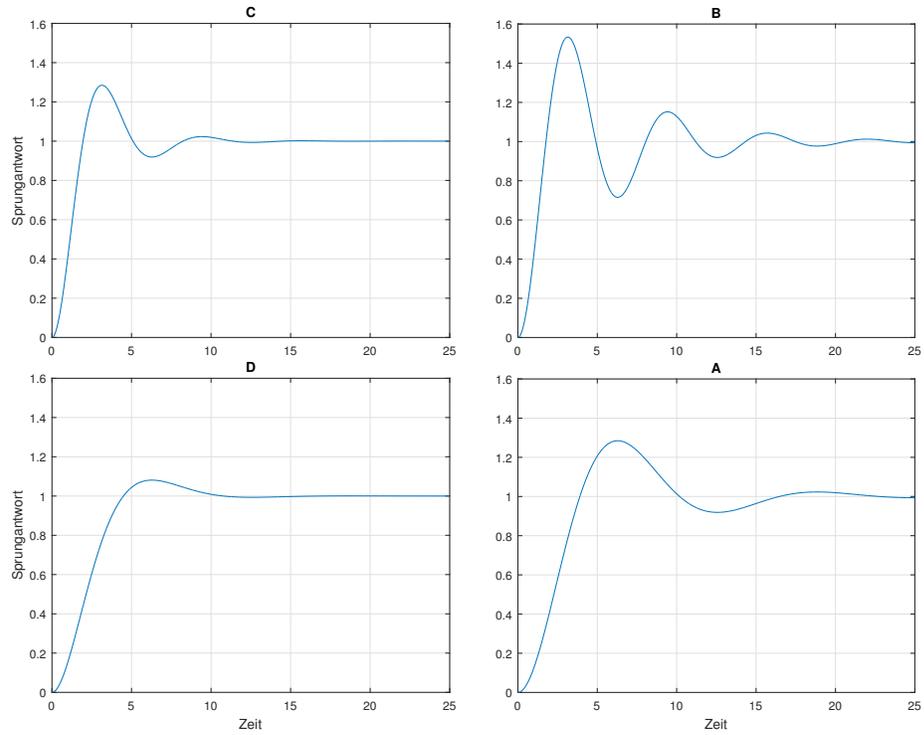


Abbildung 7.6: Zeitverhalten der vier Systeme mit den zugehörigen Polstellen A, B, C und D aus Abb. 7.5.

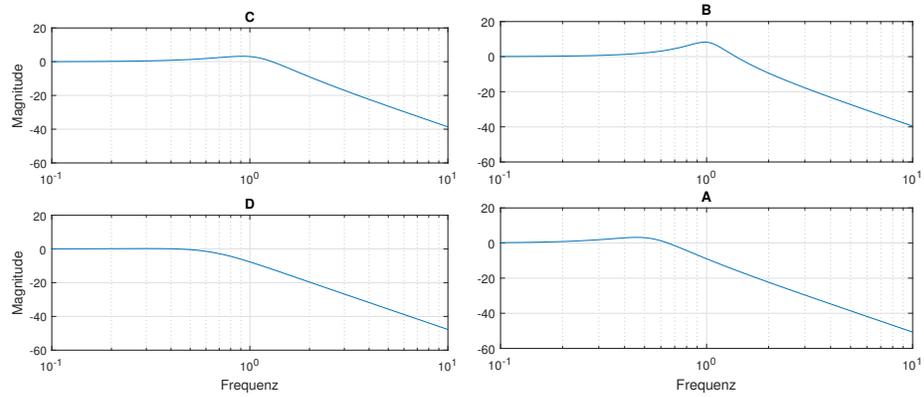


Abbildung 7.7: Amplitudengänge der vier Systeme mit den zugehörigen Polstellen A, B, C und D aus Abb. 7.5.